

КУРСЪ
МАТЕМАТИКИ.

K V P O P

MA T E M A T I K K I I

КУРСЪ МАТЕМАТИКИ

Господина Безу, Члена Французской
Академіи Наукъ, Экзаминатора Воспи-
танниковъ Артиллерійскаго и Морскаго
Корпусовъ, и Королевскаго Цензора.

ПЕРЕВЕДЕНЪ

Василемъ Загорскимъ

въ

пользу и употребленіе

БЛАГОРОДНАГО ЮНОШЕСТВА,
Воспишывающагося

въ

УНИВЕРСИТЕТСКОМЪ ПАНСИОНѢ.

Часть Вторая,

содержащая

ГЕОМЕТРІЮ и ПЛОСКУЮ
ТРИГОНОМЕТРІЮ.

МОСКВА,

Въ Университетской Типографіи,

у Ридигера и Клаудіа.

1798.

Съ Одобренья Московской Цензуры.



О Г Л А В Л Е Н І Е.

ГЕОМЕТРІЯ.	Спрам.
- - - - -	1

ОТДѢЛЕНІЕ ПЕРВОЕ.

О Линіяхъ.	2
О Углахъ и мѣрѣ ихъ.	7
О Перпендикулярныхъ и Косыхъ Линіяхъ.	14
О Параллельныхъ Линіяхъ.	19
О прямыхъ Линіяхъ, относящихся къ окружности Круга, и объ окружностяхъ, разсматриваемыхъ во взаимномъ ихъ между собою отношеніи.	22
Объ Углахъ, относящихся къ Кругу.	28
О прямыхъ Линіяхъ, заключающихъ въ себѣ пространство.	34
О равенствѣ Треугольниковъ.	39
О Многоугольникахъ.	43
О пропорціональныхъ Линіяхъ.	50
О подобіи Треугольниковъ.	60
О пропорціональныхъ Линіяхъ, относящихся къ Кругу.	74
О подобныхъ Фигурахъ.	78

ОТДѢЛЕНІЕ ВТОРОЕ.

О Поверхностяхъ.	83
О измѣреніи Поверхностей.	88
О измѣреніи Поверхностей Саженьми.	101
О сравненіи Поверхностей.	111

О Плоскостяхъ.	-	-	-	-	122
Свойства прямыхъ линій, пересѣченныхъ параллельными Плоскостями.	-	-	-	-	132

ОТДѢЛЕНІЕ ТРЕТІЕ.

О Тѣлахъ.	-	-	-	-	136
О подобныхъ Тѣлахъ.	-	-	-	-	142
О измѣреніи Поверхностей Тѣлъ.	-	-	-	-	145
О содержаніи Поверхностей Тѣлъ.	-	-	-	-	154
О Толщинѣ Призмъ.	-	-	-	-	157
О измѣреніи толщины Призмъ и Цилин- дровъ.	-	-	-	-	158
О Толщинѣ Пирамидъ.	-	-	-	-	162
О измѣреніи Толщины Пирамидъ и Ко- нусовъ.	-	-	-	-	163
О толщинѣ Шара, Секторовъ его и Сег- ментовъ.	-	-	-	-	167
О измѣреніи всякихъ другихъ Тѣлъ.	-	-	-	-	174
О измѣреніи толщины Тѣлъ Саженьми.	-	-	-	-	179
О содержаніи Тѣлъ вообще.	-	-	-	-	194

Изъ Тригонометріи.

О плоской или прямолинейной Тригоно- метріи.	-	-	-	-	201
О Синусахъ, Косинусахъ, Тангенсахъ, Ко- тангенсахъ, Секансахъ и Косекан- сахъ.	-	-	-	-	204
О Таблицахъ Синусовъ, Тангенсовъ и проч.	-	-	-	-	210
О Астролабин.	-	-	-	-	226
О рѣшеніи прямоугольныхъ Треугольниковъ.	-	-	-	-	230
О рѣшеніи косоугольныхъ Треугольниковъ.	-	-	-	-	238
Употребленіе Тригонометріи при снятіи и черченіи Плановъ.	-	-	-	-	253
О способѣ какъ приводить Углы, вымѣ- ренные въ плоскостяхъ, наклоненныхъ	-	-	-	-	

къ горизонту, въ такіе, какъ бы всѣ на- блюдаемые предметы находились въ одной горизонтальной плоскости.	-	258
О Способахъ, которые служатъ дополне- ніемъ Тригонометріи при снятіи и черченіи Планировъ.	- - - -	260
О Компасѣ и его употребленіи.	- -	263
О Геометрическомъ Столикѣ и его употре- бленіи.	- - - -	266
О Квадрантѣ.	- - - -	269
О Нивелированіи или Уравненіи.	-	273
Объ Уровнѣ и его употребленіи.	-	276



ГЕОМЕТРІЯ.

1. ПРОСТРАНСТВО, занимаемое тѣлами, имѣетъ при измѣреніи въ *длину*, *ширину* и *глубину* или *высоту*.

Хотя сіи три измѣренія находятся всегда совокупны во всякомъ тѣлѣ, однакожъ не рѣдко мысленно раздѣляются; на примѣръ когда я помышляю о глубинѣ рѣки, рва и проч. въ такомъ случаѣ не занимаюсь ни длиною, ни шириною ея; равнымъ образомъ разсуждая о пространствѣ десятины, кромѣ длины и ширины ея никакой толщины въ мысляхъ не представляю.

Сіе научаетъ насъ различать три рода протяженія, и именно:

Протяженіе въ одну только длину, называемое иначе *линіею*.

Протяженіе въ длину и ширину, именуемое *поверхностью*.

Часть II.

А

Наконецъ просяженіе въ длину, ширину и глубину или высоту, называемое *тѣломъ*.

Наука, разсуждающая попеременно о свойствахъ просякаго сего просяженія, называется *Геометрія*, и раздѣляется на три части :

На *Этиметрію*, которая предметомъ имѣетъ рзличныя свойства линій.

Элипсидометрію, которая учитъ измѣренію поверхностей.

Стереометрію, которая занимается измѣреніемъ тѣлъ.

ОТДѢЛЕНІЕ ПЕРВОЕ.

О Линіяхъ.

2. *Точка* есть предѣлъ или конецъ линіи. Симъ именемъ называется также всякое мѣсто, гдѣ линіи между собою сходящія или пересѣкаются.

Точку воображать должно безконечно малымъ пространствомъ.

Когда точка, простираясь отъ одного предмета къ другому, не уклоняется ни въ какую сторону; тогда производитъ слѣдомъ

своимъ *прямую линію*. Линія АВ (фиг. 1.) есть прямая и самый крашчайшій путь между почками А и В.

Напротивъ *кривою линіею* называется такой слѣдъ почки, которая при каждомъ своемъ движеніи безконечно мало отходитъ въ ту или другую сторону.

Почему прямыя линіи бываютъ всегда одинаковаго вида, кривыя же могутъ изображаться различно.

Прямыя или кривыя линіи, проведенныя на бумагѣ или на другой какой-нибудь поверхности, не могутъ быть безъ ширины; потому что карандашъ, перо и всякій другой для сего употребляемой инструментъ не имѣетъ такого идеальнаго конца, который бы не заключалъ въ себѣ ни длины, ни ширины.

(3.) *Для прозеденія прямой линіи*

г.е. *На бумагѣ*, на пр. отъ точки А къ точкѣ В. (Фиг. 1.).

Къ почкамъ А и В приложи, какъ можно ближе въ равномъ распоянтіи линійку, и карандашомъ или перомъ проводи вдоль оной по бумагѣ линію, которая будетъ совершенно прямая АВ.

2.е. *На деревѣ или другой какой матеріи*: возми снурокъ или нитку, напри его мѣломъ, и напаянувъ приложи концами къ почкамъ, между которыми должно назначить линію; по томъ изъ середины поднявъ опусти снурокъ, онъ паденіемъ своимъ опредѣлитъ желаемую линію.

3.е. *На полѣ*, когда предметы, между которыми должно провести линію, одинъ отъ другого далеко находятся.

Въ семъ случаѣ между предметами тѣми назначаются нѣсколько точекъ посредствомъ колей. На примѣрѣ когда преуется продолжишь линію (фиг. 2) между А и В — Возьми колю ВД сколько можно съ помощію описаннаго вершикала въ точку В, по томъ такимъ же образомъ въ точку А, и спавъ у сей самой точки А, прикажи другому спавишь попеременно въ серединѣ того мѣста другіе многіе колья — шакъ, чіпобъ приложивъ глазъ къ колу АД, когда будешь смотрѣть на колю ВД, прочіе колья изъ нихъ не видны были Точки С, С, С, и проч. опредѣленныя такимъ образомъ, назначашъ прямою линію.

Когдажъ предметы, между которыми проводить нужно прямую линію, не будутъ въ виду; то для сего употребляются другія средства, о которыхъ послѣ объявлено будетъ.

4. Большія линіи измѣряются другими малыми, и вообще мѣра линіи есть прямая линія. Мѣрять прямую или кривую линію или какое нибудь разстояніе значитъ искать, сколько разъ въ той линіи или въ томъ разстояніи содержишся другая прямая линія опредѣленной величины, принятая за единицу. Сія единица бываетъ совершенно произвольна, и пошому различные роды мѣръ находяшся. При концѣ сей книги прилагается таблица съ показаніемъ мѣръ, нужныхъ къ свѣдѣнію.

5. Для облегченія понятія мы предполагаемъ здѣсь, что фигуры, въ которыхъ линіи будемъ размашривать, чертяшся на *плоской* поверхности, то есть на такой,

къ которой всячески приложись можно прямую линію.

6. Что касается до кривыхъ линій, то въ сихъ основаніяхъ Геометріи кромѣ *окружности Круга* никакихъ другихъ болѣе показано не будетъ. Симъ именемъ называется такая кривая линія *BCFDG* (*фиг. 3*), которой всѣ точки находятся въ равномъ разстояніи отъ средоточія *A*, заключеннаго въ плоскости, на которой она начерчена. Происходитъ же окружность круга отъ обращенія прямой линіи *AD* около точки *A*, въ которой она однимъ своимъ концомъ утверждена.

Точка *A* называется *центръ*; прямыя линіи *AB*, *AC*, *AF* и проч. которыя отъ центра проведены къ окружности, названіе имѣють *радіусовъ* или *полупоперешниковъ*. Всѣ сіи полупоперешники равны между собою, пошому что опредѣляютъ разстояніе отъ центра къ окружности.

Линіи, какъ *BD* и проч. проходящія чрезъ центръ, и касающіяся концами своими окружности, называются *діаметры* или *поперешники*; а какъ всякой поперешникъ состоитъ изъ двухъ полупоперешниковъ, то всѣ поперешники одного круга равны.

Изъ сего слѣдуетъ также то, что каждой поперешникъ раздѣляетъ окружность

круга на двѣ равныя части ; ибо ежели вообразимъ себѣ , что фигура $GDFCB$ будетъ сложена по поперешнику BD , то всѣ точки BGD должны упасъ на другія съ противной стороны находящейся половины DFB ; а иначе не было бы справедливо , что точки окружности находятся въ равномъ разстояніи отъ центра.

Части окружности BC , CE , ED и проч. называются *дугами* ; а *кругъ* есть по преденствію , которое содержиши въ окружности $BCFDGB$.

Прямая линія напр. DF , которая проводится отъ одного конца D дуги къ другому F , именуется *хорда*.

7. *Равныя хорды одного круга или равныхъ круговъ противоплагаются равнымъ дугамъ , и обратно*. Ибо еслии представимъ себѣ , что хорда DG равная DF перенесена будетъ съ дугою своею на хорду DF , то точка D будетъ обѣимъ общая , и точка G упадетъ въ F ; а какъ всѣ точки сихъ дугъ отстоятъ равно отъ центра A , то изъ сего несомнѣнно заключить должно , что всѣ точки дуги DG закроютъ дугу DF .

8. *Окружность круга большая или малая по общему всѣхъ согласію разделяется на 360. равныхъ*

частей, названныхъ градусами; градусъ на 60 минутъ, минута на 60 секундъ и такъ далѣе, непрерывно въ 60 содержаніи.

Знаки { Градуса ° или г
минуты ' или м
секунды '' или с
шестидесяти ш.

3 градуса, 24 минуты, 55 секундъ, пишутся $3^{\circ}, 24', 55''$.

Слѣдовательно градусы суть неопредѣленной величины и бывающъ соразмѣрны окружностямъ своимъ.

О Углахъ и ихъ Измѣреніи.

9. Когда двѣ линіи АВ и АС (фиг. 4. 6 и 7) соединясь въ одной точкѣ, сдѣлающъ большое или малое между собою отъверстіе; то оное отъверстіе называется *угломъ*.

Отъверстіе ВАС есть уголъ, и бываетъ въ разсужденіи линіи его составляющихъ или *прямолинейной*, которой состоятъ изъ обѣихъ прямыхъ; или *криволинейной* изъ обѣихъ кривыхъ; или *смѣшеннолинейной* изъ одной прямой, а другой кривой.

Мы будемъ разсуждать теперь объ однихъ прямолинейныхъ углахъ.

10. Дабы имѣть совершенное понятіе объ углахъ, то надлежитъ себѣ представитъ, что линія АВ была положена сначала на линію АС и однимъ ея концомъ утверждена въ точкѣ А, а другой ея конецъ стали оповодитъ отъ точки С (какъ бы ножку цир-

кула на шалнерѣ) и привели въ настоящее положение. Количество, какое прошла линія АВ есть точно то, что мы называемъ угломъ.

Изъ сего не трудно заключить, что величина угла не зависима отъ продолженія его боковъ; такимъ образомъ уголъ изображенной линіями АВ и АС есть тотъ же самый, какой заключается между боками АЕ и АГ; ибо линія АВ и линія АЕ должны каждая пройти одинакое количество, дабы прийти въ настоящее положение.

Точка А, гдѣ сходящія двѣ линіи АВ и АС, называется *верхъ угла*, а самыя тѣ линіи *боками* его.

Для означенія угла употребляется три буквы, изъ которыхъ одна ставится при верхѣ, а другія двѣ по концамъ боковъ; и пиша или выговаривая, подаемъ въ середину всегда ту, которая у верху находится: такимъ образомъ для изображенія угла, заключеннаго между боками АВ и АС, мы пишемъ и выговариваемъ уголъ ВАС или САВ.

Иногда означается уголъ одною буквою, при верху его находящеюся; но въ семъ случаѣ надлежитъ примѣчать особенно то, что означается уголъ такимъ образомъ тогда, когда онъ бываетъ одинъ и не имѣетъ общаго верху съ другими. На пр. въ *фиг. 5* можно изобразить просто уголъ а; но ежели сдѣлаешь тоже въ *фиг. 4* на пр. уголъ А, то не можно узнать, о какомъ именно говоришь, о углѣ ли ВАС или ВАD.

11. Какъ уголъ ВАС (*фиг. 4*) есть ничто иное какъ количество, которое бокъ АВ

долженъ былъ пройти изъ положенія АС до положенія АВ; и какъ въ семъ обращеніи каждая точка линіи АВ, на пр. точка В находясь всегда въ одинакомъ разстояніи отъ А, необходимо должна списывать дугу, которая увеличивается или уменьшается соразмѣрно, какъ увеличивается или уменьшается уголъ; по изъ сего удобно понять можно, что мѣрою угла должна принята быть сія дуга; а какъ каждая точка бока АВ описываетъ особенную дугу различной длины, то не самую длину дуги должно принимать мѣрою, но число градусовъ и частей его, которое будетъ всегда одинаково для каждой дуги, описанной каждою точкою линіи АВ; потому что всѣ сіи дуги въ разсужденіи цѣлыхъ своихъ окружностей суть одинаковыя части. Изъ сего заключимъ, что . . .

12. *Всякой уголъ напр. ВАС (фиг. 4) имѣетъ мѣрою число градусовъ и частей градуса той дуги, которая заключается между его боками, и описывается изъ верху его, какъ изъ центра.*

И такъ когда въ послѣдствіи будетъ сказано, что такой-то уголъ имѣетъ мѣрою такую-то дугу; чрезъ сіе разумѣть надобно, что онъ имѣетъ мѣрою число градусовъ и частей градуса той дуги.

13. Почему, ежели потребуетсѣ раздѣлить уголъ на нѣсколько равныхъ частей; стоишь только раздѣлить дугу, измѣряющую его, на желаемое число частей, и провести къ точкамъ раздѣленія изъ верху угла прямыя линіи. Но одѣленіи дугъ ниже будетъ объявлено.

14. А чтобъ сдѣлать уголъ равный другому; на пр. сдѣлашь на концѣ a линіи ac (фиг. 5) уголъ равный углу BAC (фиг. 4). Въ такомъ случаѣ раствореніемъ циркуля по изволенію взятымъ, изъ точки a какъ изъ центра опиши неопредѣленной величины дугу cb ; по томъ ставъ ножкою циркуля въ верхъ A даннаго угла BAC , опиши тѣмъ же раствореніемъ дугу BC , заключающуюся между боками сего угла, и смѣривъ циркуломъ разстояніе отъ C до B , перенеси оное изъ c въ b ; на послѣдокъ чрезъ точку b изъ верху a проводи прямую линію; отъ чего произойдетъ уголъ bac равный BAC .

Истинна сего явствуетъ изъ того, что уголъ bac имѣетъ тѣ же дуги bc (12), и уголъ BAC дугу BC . Но дуги сѣи равны между собою, потому что принадлежатъ равнымъ кругамъ и противопологаются равнымъ хордамъ (7); понеже разстояніе отъ b до c сдѣлано тоже самое, какое находится между B и C .

15. Уголъ BAC (фиг. 6) называется *прямымъ*, когда одинъ его бокъ AB стоишь на другомъ AC не наклоняясь къ нему, ни къ продолженію его AD .

Острый уголъ (фиг. 4) есть тотъ, котораго одинъ бокъ AB склоняется больше къ другому своему боку AC , нежели къ продолженію его AD .

Наконецъ *тупой* уголъ (фиг. 7) происходитъ, когда бокъ его AB склоняется бо-

аже кѣ продолженію другаго своего бока, нежели кѣ самому ему.

16. Изъ сказаннаго о мѣрѣ угловъ заключимъ, что

1 е. Уголъ прямой имѣетъ мѣрою 90° ; острый меньше 90° ; а тупой больше 90° .

Ибо ежели линія АЕ (фиг. 3) не наклоняется ни на бокъ АВ, ни на продолженіе его АД, то оба шѣ угла ВАЕ и ДАЕ будутъ равны; а когда они равны, то и дуги, ихъ измѣряющія, должны быть также равны; но какъ обѣ сіи дуги ДЕ и ЕВ составляютъ вмѣстѣ 180° , почему каждая порознь будетъ 90° , и слѣдовательно углы ВАЕ и ДАЕ также по 90° .

А когда сіе справедливо, то и въ томъ нѣтъ сомнѣнія, что острый уголъ ВАС есть меньше, а тупой ВАД больше 90° .

17. 2 е. Два угла ВАС и ВАД (фиг. 4, 6 и 7) произшедшіе отъ прямой линіи АВ, проведенной подъ какимъ нибудь наклоненіемъ къ другой прямой CD, составляютъ вмѣстѣ всегда 180 градусовъ, или равны двумъ прямымъ угламъ.

Если примешь точку А общій верхъ угловъ за центръ круга, тогда CD превратится въ діаметръ его; а какъ оба угла

ВАС и ВAD измѣряющіяся двумя дугами ВС и DB, составляющими половину окружности, того ради они равны 180 градусамъ или двумъ прямымъ угламъ.

18. 3 е. *Если изъ точки А (фиг. 3) проведемъ нѣсколько прямыхъ линій на пр. АС, АЕ, АF, AD, AG и проч. то всѣ углы ВАС, САЕ, ЕАF, FAD, DAG, GAB, составленные ими, будутъ равны 360°; ибо пространство, занимаемое сими углами, помѣщается въ окружности цѣлаго круга.*

19. Два угла на пр. ВАС и ВAD (фиг. 4), которые будучи взяты вмѣстѣ, составляютъ 180 градусовъ, называются углы *дополненія*; такимъ образомъ ВАС есть дополненіемъ ВAD, а ВAD есть дополненіемъ ВАС, потому что одинъ изъ сихъ угловъ есть то, что нужно прибавить къ другому, дабы составить 180 градусовъ.

И такъ равные углы будутъ имѣть равныя дополненія, и обратно.

20. Изъ сказаннаго заключимъ, что углы ВАС и ЕAD (фиг. 8) при верху *противоположенные и содержащіяся между двумя взаимно пересѣкающимися прямыми линіями ВD и ЕС, суть равны между собою.*

Ибо ВАС имѣетъ дополненіемъ САД, и ЕАД тоиъ же самой САД.

21. *Дополненіемъ* угла или дуги къ 90 градусамъ называется то, чѣмъ уголъ тоиъ или дуга меньше или больше 90°. И такъ (*фиг. 3*) уголъ ВАС имѣетъ дополненіемъ САЕ; уголъ ВАГ имѣетъ дополненіемъ ГАЕ.

Углы встрѣчаются повсюду какъ въ Теоріи такъ и Практикѣ, ибо посредствомъ ихъ опредѣляются разныя положенія предметовъ и мѣстъ. На пр. углы бастіона, плѣчные, куршны и фланка означаютъ различныя линіи укрѣпленій въ Фортификаціи. Пушечной выстрѣлъ управляется также угломъ, которой линія цѣли производитъ съ продолженіемъ оси орудія.

Находитъсѣ довольное число инструментовъ, служащихъ для измѣренія угловъ или къ составленію ихъ такими, какъ кому понадобится; но мы здѣсь кромѣ *Транспортира* ни о какихъ другихъ не упомянемъ; а сдѣлаемъ описаніе прочимъ, нужнымъ къ нашему предмету, въ Тригонометріи.

22. Инструментъ, представленной въ *фигурѣ 9* и названной *транспортиромъ*, служитъ къ измѣренію и составленію угловъ на бумагѣ. Онъ есть полукруга; дѣлается изъ мѣди или рогу и раздѣляется на 180 градусовъ; центръ его означенъ малою насѣчкою С. Когда нужно вымѣрять какой нибудь уголъ на пр. ВАС (*фиг. 4, 6 и 7*), то приложи центръ С сего инструмента къ верьху А измѣряемаго угла, а радиусъ его СВ къ боку АС; тогда другой бокъ АВ того угла, иногда продолженный, естли нужна потребуетъ, покажетъ въ той часи раздѣлений, чрезъ которую онъ проходитъ, сколько дуга *транспортира*, заключающаяся между боками угла ВАС, содержитъ въ себѣ градусовъ, и слѣдовательно покажетъ число градусовъ угла ВАС.

Но чтобъ сдѣлать помощію транспортира уголъ требуемаго числа градусовъ, — Радіусъ СВ сего инструмента приложи къ линіи, которая должна быть бокомъ желаемого угла такъ, чтобъ центръ его упалъ въ точку, опредѣленную для верху сего угла; по томъ опшцивавъ число градусовъ, сколько надобно, назначъ въ томъ мѣстѣ на бумагѣ точку; изъ верху чрезъ точку сію проводи прямую линію, которая съ первою сдѣлаешъ желаемой уголъ.

О Перпендикулярныхъ и Косыхъ Линіяхъ.

23. Сказано было (15) что линія АВ (фиг. 6) ежели она не наклоняется ни къ АС ни къ АД, производитъ съ сими двумя часпями углы, называемые *прямыми*.

Сія самая линія АВ именуется также *перпендикулярною* къ линіи АС или DC или АД.

А изъ сего опредѣленія принимаются за неоспоримыя истины слѣдующія при предложенія.

24. 1е. Когда линія АВ (фиг. 10) перпендикулярна къ другой CD, то сія перпендикулярна также къ АВ.

Ибо когда АВ перпендикулярна къ CD, то углы АЕС и АЕD суть равны; но АЕD равенъ ВЕС (20); почему АЕС равенъ ВЕС; почему линія СЕ или CD не наклоняется ни къ АЕ ни къ ВЕ; слѣд. она перпендикулярна къ АВ.

25. 2е. Изъ одной и той же точки Е, взятой на линѣ CD, не можно поставить кромѣ одного перпендикуляра къ сей линѣ.

26. 3е Изъ одной и той же точки А, взятой внѣ линѣ CD, не можно спустить къ ней кромѣ одного перпендикуляра.

Ибо ясно видѣть можно, что нѣтъ другихъ точекъ, кромѣ А и Е, гдѣ бы линѣ АЕ не могла наклоняться ни къ ED ни къ ЕС.

27. Тѣ линѣ, которыя проведены будучи изъ точки А, отходятъ въ равномъ склоненіи отъ перпендикуляра, суть равны между собою; и чѣмъ онѣ болѣе отходятъ отъ перпендикуляра, тѣмъ становятся длиннѣе, и слѣд. перпендикуляръ есть кратчайшая изъ всѣхъ линѣ.

Представимъ, что EG равна EF, то ежели положимъ фигура AEG на фигуру AEF; въ такомъ случаѣ линѣ АЕ будетъ имѣть общую, и по причинѣ равенства угловъ AEG и AEF, линѣ EG закроетъ EF, понеже EG предположена равна EF; а изъ сего явствуетъ, что линѣ AG точно упадетъ на AF, и слѣд. обѣ онѣ должны быть между собою равны. Чтожъ касается до

второй части предложенья ; по видно , что точка C линѣи CE , находясь далѣе отъ AB нежели точка F той же самой линѣи CE , не обходимо также должна отстоять далѣе и отъ каждой точки взятой на AB ; почему AC есть больше линѣи AF , а перпендикуляръ есть изъ всѣхъ кратчайшая.

28. Линѣи AF , AC , AG называются *косыми* или *наклонными* въ разсужденіи перпендикуляра и линѣи CD , и вообще линѣя косая или наклоненная къ другой бываетъ тогда , когда она дѣлаетъ съ тою другою острый или тупой уголъ.

29. Понеже косыя линѣи AF , AG (27) равны между собою , когда онѣ на равное количество склоняются отъ перпендикуляра ; по изъ сего должно заключить , что когда какая нибудь линѣя бываетъ перпендикулярна къ средней точкѣ E другой линѣи FG , то каждая перпендикуляра того точка находится въ равномъ разстояніи какъ отъ конца F , такъ и конца G ; ибо сіе явствуетъ изъ того , что , ежели бы какія точки перпендикуляра AE или AB находились не въ одинаковомъ разстояніи отъ F и G , то онѣ бы въ тѣхъ мѣстахъ наклонялся и не дѣлалъ бы прямой линѣи.

30. Не меньше сего справедливо и то, что *нѣтъ* *кромя* *точекъ перпендикуляра* *АЕ*, *поставленнаго изъ середины линіи* *FG* *другихъ точекъ*, *которыя бы равно отстояли отъ* *Г* *и* *Г*; ибо всякая другая точка, лежащая съ правой или лѣвой стороны перпендикуляра, къ одной изъ *тѣхъ* *точекъ* *наклоняется*, а отъ другой *отходитъ*.

Изъ сего слѣдуетъ, что линія одна бываетъ перпендикулярна къ другой тогда только, когда она пройдетъ чрезъ двѣ такія точки, изъ которыхъ каждая равно будетъ отстоять отъ двухъ точекъ, взятыхъ на той другой линіи.

31. И такъ *е. чтобы поставить перпендикуляръ изъ середины линіи* *AB*. (фиг. 11), надлежитъ одною ножкою циркула спастъ въ точку *В* и опроверснѣтъ, которое бы было больше половины *AB*, описать дугу *IK*; потомъ поставивъ ножку циркула въ *А*, тѣмъ же самымъ опроверснѣтъ прочертить другую дугу *LM*, которая пересѣчетъ первую въ точкѣ *С* такъ, что сѣя точка будетъ находиться въ равномъ разстояніи отъ *А* и *В*. Наконецъ опредѣливъ такимъ же образомъ другую точку *Д* внизу линіи *AB* тѣмъ же или другимъ опроверснѣтъ циркула, проводи чрезъ точки *С* и *Д* прямую линію *CD*, которая будетъ къ *AB* перпендикулярна.

32. 2 е. Если изъ точки *Е*, взятой внѣ линіи *AB*, потребуется опустить на ту линію перпендикуляръ. (фиг. 12.).

Стань ножкою циркула въ точку *Е* и распрости, которое было бы больше крапчайшаго ра-

Часть II. Б

стоянія до линіи АВ, засѣки ея двумя дугами въ С и D; по томъ поступая какъ и въ первомъ случаѣ, раствореніемъ циркула большимъ половины CD, опиши снизу двѣ дуги, пересѣкающіяся въ точкѣ F; чрезъ F и точку E проводи линію EF, которая будетъ перпендикулярна къ АВ (30), понеже обѣ точки ея E и F равно отстоятъ отъ двухъ точекъ С и D линіи АВ.

33. Ежели предложено будетъ поспавить перпендикуляръ изъ какой нибудь точки E, лежащей на той же самой линіи АВ; въ такомъ случаѣ сними ножкою циркула въ E, и раствореніемъ произвольно взятымъ засѣки съ обѣихъ сторонъ дуги въ точкахъ С и D; по томъ поступай какъ прежде. (фиг. 13)

Наконецъ ежели надобно будетъ поспавить перпендикуляръ на концѣ В линіи АВ (фиг. 15) продолжи линію АВ и производи дѣйствіе, какъ было показано (33)

34. Когда же потребуется нужда провести нѣсколько перпендикулярныхъ линій; то для избежанія множества чертъ, употребляется особенной инструментъ *линійка съ угольникомъ*.

35. Какъ на полѣ производится дѣйствіе въ обширности, то на мѣсто циркула употребляются цѣпи или веревки; наблюдая при томъ, чпобъ сіи послѣднія были натягиваемы одинаково и равно при произведеніи дѣйствія. А дабы получить понятіе о способѣ, какъ ихъ употреблять, положимъ для примѣру, что нужно установишь платформу на батареѣ (фиг. 16)

Поселику платформа есть такое орудіе, на которомъ утверждаются лафетныя колеса при поспавленіи пушки на батарею, того ради она должна быть перпендикулярна къ линіи выстрѣла, и слѣдовательно къ той, которая изъ середины амбразуры продолжается.

Почему, для приведенія платформы въ такое положеніе, надлежитъ назначить на поверхности ея

параллельную къ длинѣ линіи BC , на которой взявши произвольно равныя части AB , AC , привести точку A въ одно положеніе съ линіею выспрѣла; попомѣ привязавъ къ крайнимъ точкамъ B и C двѣ веревки одинакой длины, поворачивая платформу до тѣхъ поръ; пока концы веревкъ соединятся въ одной точкѣ D линіи выспрѣла. Послѣ чего платформа будетъ перпендикулярна къ линіи выспрѣла.

О Параллельныхъ Линіяхъ.

36. Двѣ прямыя линіи, проведенныя на поверхности, называются *Параллельными*, когда онѣ не могутъ никогда сойтись между собою, какъ бы далеко мы не представляли ихъ продолженными.

Почему параллельныя линіи не дѣлаютъ между собою угла.

Равнымъ образомъ двѣ параллельныя линіи вездѣ находятся въ одинакомъ отъ другой разстояніи, то есть въ какомъ бы мѣстѣ не былъ проведенъ между ими перпендикуляръ, онъ будетъ всегда одинаковъ; ибо если бы онъ былъ въ какомъ мѣстѣ ближе одна къ другой, то должны бы наклониться и наконецъ между собою пересѣчься.

Изъ сихъ понятій не трудно вывести пять слѣдующихъ предложеній.

37. 1^е. Когда двѣ параллельныя линіи AB и CD (фиг. 17.) пересѣкутся третьей прямою EF ; то углы BGE и

DHE или AGH и CHF, которые онѣ составляютъ съ сѣю поперечною линіею при одной сторонѣ, суть равны между собою; пошому что линіи АВ и CD не имѣя никакого между собою наклоненія (6), должны не сбходимо каждая равно отстоять отъ всякой другой, ихъ пересѣкающей линіи.

38. 2е. Углы AGH и GHD равны. Ибо въ предыдущемъ предложеніи видѣли, что AGH равенъ CHF; но CHF (20) равенъ GHD; почему и AGH равенъ GHD.

39. 3е. Углы BGE и CHF равны. Ибо BGE равенъ AGH (20); но видѣли (37) что AGH равенъ CHF; почему и BGE равенъ CHF.

40. 4е. Углы BGN и DHG или AGH и CHG служатъ дополненіемъ одинъ другому. Ибо BGN есть дополненіемъ BGE, которой (37) равенъ DHG.

41. 5е. Углы BGE и DHF или AGE и CHF суть дополненіемъ одинъ другому; ибо DHF имѣетъ дополненіемъ DHG, которой (37) равенъ BGE.

42. Каждое изъ сихъ пяти свойствъ имѣетъ мѣсто при всякомъ случаѣ, когда двѣ параллельныя линіи пересѣкутся третьей поперечною линіею, и обратно когда въ

двухъ прямыхъ линѣяхъ, пересѣченныхъ прѣмью, будетъ имѣть мѣсто какое нибудь изъ сихъ пяти свойствъ, то должно заключить, что тѣ линѣи параллельны между собою; что доказывается совершенно одинакимъ образомъ.

Для большаго впечатлѣнїя въ памяти свойствъ предложенныхъ угловъ, дали имъ особенныя названїя. Углы BGE и FHC называются *внѣшніе Алтерній*, пошому что они лежатъ съ прошивныхъ сторонъ линїи EF и внѣ параллельныхъ. Углы AGH и GHD *внутренніе Алтерній*; пошому что находясь съ различныхъ сторонъ линїи EF и между параллельными. Углы BGN и DHG называются *внутренніе при одной сторонѣ*, ибо заключаются между параллельными, и лежатъ при одной сторонѣ поперечной линїи EF. Наконецъ BGE и DHF именуются *внѣшніе при одной сторонѣ*, пошому что находятся внѣ параллельныхъ и при одной сторонѣ поперечной.

43. Изъ доказанныхъ свойствъ можно заключить, что ежели два угла ABC и DEF (фиг. 18), обращенные къ одной сторонѣ, будутъ имѣть бока свои параллельными, то они будутъ также и равны между собою: ибо ежели продолжится бокъ DE такъ, что онъ пересѣчетъ BC въ точкѣ G, то углы ABC и DGC будутъ равны (37), и по той же причинѣ DGC будетъ равенъ DEF; а изъ сего слѣдуетъ, что ABC равенъ DEF.

44. Изъ сихъ же самыхъ свойствъ слѣдуетъ, что для проведенїя чрезъ данную точку C линїи

CD (фиг. 19) *параллельной* къ другой АВ; должно чрезъ точку С продолжить произвольно линію СЕF, которая бы пересѣкла линію АВ въ какой нибудь точкѣ Е; потомъ провести какъ было показано (14) чрезъ точку С линію CD, которая бы сдѣлала съ СЕ уголъ ECD равной FEB; линія CD такимъ образомъ проведенная будетъ параллельна АВ (37).

45. Когда надобность требуетъ проводить много параллельныхъ линій, то для краткости и избѣжанія чертъ употребляются *параллельныя линійки* или *линейки съ угольникомъ*.

46. Для проведенія параллельной линіи къ другой данной на полѣ, дѣлаютъ обыкновенно съ нѣ линіи перпендикулярными къ тремъ; на пр. ежели бы надобно было провести параллельную линію къ фасу бастіона распоянѣмъ на 200 сажень, въ такомъ случаѣ на продолженіи фаса того бастіона берется точка F, изъ которой возставляется перпендикуляръ FA длиною въ 200 сажень, а на концѣ его возставляется другой перпендикуляръ АВ, которой будетъ желаемая параллельная линія.

Сверхъ сего каждое изъ объявленныхъ пяти свойствъ можетъ подать особливой способъ для проведенія параллельной линіи.

О прямыхъ Линіяхъ, относящихся къ окружности Круга, и о окружностяхъ въ отношеніи ихъ между собою.

47. Единообразная излучина круга даетъ право заключить безъ строгатаго доказательства.

1е. *Что прямая линія можетъ пересѣчь окружность круга въ двухъ только точкахъ, а не болѣе.*

2 е. Что въ полкругѣ самая большая хорда противопологается самой большой дугѣ, и обратно.

Секансомъ называется вообще всякая линія на пр. DE (фиг. 21), которая пересѣкаетъ окружность круга въ двухъ точкахъ, и отчасти выходитъ изъ него; Тангенсъ или касательная линія АВ есть такая, которая прикасается только къ окружности.

48. Тангенсъ не можетъ коснуться окружности круга, кромѣ одной точки. Ибо если бы сія линія коснулась окружности въ двухъ точкахъ, то должна была бы взойти въ кругъ. Представь себѣ, что онѣ тѣхъ двухъ точекъ проведены были бы къ центру два радіуса или равныя линіи, между которыми поставленъ перпендикуляръ къ линіи, соединяющей оныя двѣ точки; но какъ сей перпендикуляръ есть короче каждаго изъ радіусовъ, то явствуетъ, что тангенсъ долженъ бы имѣть нѣкоторыя точки ближе къ центру тѣхъ, коими касается окружности; почему онъ вошелъ бы въ кругъ, что не согласно съ опредѣленіемъ, которое мы сдѣлали ему.

Какъ тангенсъ имѣетъ одну только общую точку съ кругомъ, то слѣдуетъ, что

радіусъ CA (фиг. 22), проведенной къ точкѣ прикосновенія, есть самая кратчайшая линія изъ всѣхъ, какія только къ тангенсу изъ центра проведены быть могутъ, и слѣдовательно перпендикулярна къ нему (27); и обратно во всякой точкѣ A круга тангенсъ будетъ перпендикуляренъ къ концу радіуса CA , проведеннаго къ той точкѣ.

49. Изъ сего удобно понять можно, что для прочтенія тангенса къ данной на окружности точкѣ A , должно къ той точкѣ изъ центра провести радіусъ CA , и на концѣ его поставить перпендикуляръ по предписанному способу (33).

50. И такъ ежели многіе круги (фиг. 23), которыхъ центры находятся на одной прямой линіи CA , проходятъ чрезъ одну точку A ; въ такомъ случаѣ они имѣютъ всѣ вообще тангенсомъ линію TG перпендикулярную къ CA , и взаимно между собою касаются.

51. Такимъ образомъ для начертенія круга определенной величины, которой бы касался къ другому данному BAD (фиг. 24) въ точкѣ A , надлежитъ чрезъ центръ C и точку A продолжить съ обѣихъ сторонъ радіусъ CA произвольно; попомъ ошъ точки A къ T или V (смотря по тому долженъ ли помъ кругъ вмѣщать въ себѣ данной другой или нѣтъ) положишь величину радіуса искомаго круга; наконецъ изъ центра T или V , радіусомъ TA или VA описать окружность EF .

52. *Перпендикулярная линія, поставленная изъ середины хорды, проходитъ всегда чрезъ центръ круга и чрезъ середину дуги, противоположенной той хордѣ (фиг. 25).*

Ибо она должна проходить чрезъ всѣ точки, равно отстоящія отъ концовъ А и В (30); а какъ нѣтъ сомнѣнія, что центръ находится въ одномъ разстояніи отъ обѣихъ концовъ А и В, слѣдовательно перпендикуляръ проходитъ чрезъ центръ.

Не меньше того справедливо, что онъ долженъ пройти и чрезъ середину дуги; ибо если Е есть середина дуги, то въ равныхъ дугахъ АЕ и ВЕ, имѣющихъ равныя хорды (7), точка Е равно отстоитъ отъ А и В; почему перпендикуляръ долженъ проходить чрезъ точку Е.

53. Какъ центръ, середина дуги и середина хорды находятся на одной прямой линіи, то изъ сего заключить надобно, что всякая прямая линія, проходящая чрезъ двѣ какія нибудь изъ тѣхъ точекъ, пройдетъ и чрезъ остальную третью.

А какъ не можно провести кромѣ одной перпендикулярной линіи къ серединѣ хорды, то должно еще заключить, что перпендикулярная линія, проходящая чрезъ одну

изъ тѣхъ точекъ, неопредѣленно пройдетъ и
чрезъ двѣ прочія.

Изъ сихъ свойствъ выводятся.

54. 1е. *Способъ дѣлить уголъ или дугу на двѣ
равныя части.*

Чтобъ раздѣлить уголъ BAC (фиг. 26) на двѣ
равныя части; изъ верху его, какъ изъ центра,
произвольнымъ радиусомъ опиши дугу DE ; по томъ
принявъ попеременно точки D и E за центры,
тѣмъ же радиусомъ опиши другія дуги, пересѣкаю-
щіяся между собою въ точкѣ G ; оныя точки A къ
точкѣ G соедини прямою линією AG , которая (30)
будучи перпендикулярна къ серединѣ хорды DE ,
раздѣлитъ пополамъ дугу DIE (52), и слѣдовательно
также уголъ BAC : понеже произшедшіе отъ то-
го два угла BAG и CAG имѣющъ (12) мѣрою двѣ
равныя дуги DI и EI .

55. 2е. *Способъ начертить окружность круга
такъ, чтобъ она прошла чрезъ три точки, данныя
не въ прямомъ положеніи.*

Пусть будутъ тѣ точки A, B, C (фиг. 27), сое-
дини ихъ прямыми линіями AB и BC ; сѣи линіи
сдѣлаются хордами требуемаго круга.

Проведи два перпендикуляра (31) чрезъ седи-
ну AB и BC ; точка I , гдѣ они пересѣкутся между
собою, будетъ центръ. Ибо сей центръ долженъ
быть (52) на DE и по той же причинѣ на FG ; по-
чему онъ долженъ быть въ пересѣченіи I перпенди-
куляровъ, потому что I есть одна только точка,
общая обѣимъ симъ линіямъ.

56. Еслибы потребовалось сыскать центръ
круга или начерченной уже дуги; то явствуетъ
изъ предыдущаго, что для сего сподило бы только
взять три точки на окружности или дугѣ произ-
вольно, и поступать какъ было показано.

57. Какъ для удовольстворенія сего вопроса съскивается одна шолько точка I , то должно заключить, что около данныхъ трехъ точекъ не можно начертить кромѣ одного круга, и слѣд. двѣ окружности круга не могутъ захватить трехъ точекъ, не слившись одна съ другою.

58. 3е. Способъ проводить чрезъ данную точку B (фиг. 28 и 29), такую окружность круга, которая бы касалась другой въ данной же точкѣ A .

Чрезъ центръ C и точку A , гдѣ нужно быть прикосновенію, проводи радиусъ CA , которой продолжи произвольно съ той или другой стороны; точку A съ точкою B , чрезъ которую должно проводить пребежную окружность, соедини прямою линію AB , изъ середины ея пропни перпендикуляръ MN , которой пересѣчетъ AC или ея продолженіе въ D . Точка D будетъ центръ, а AD или BD радиусъ желаемого круга; ибо какъ искомая окружность въпервыѣхъ должна пройти чрезъ точку A и точку B , то центру ея надлежитъ быть на линіи MN (52), а какъ во вторыхъ таже окружность должна коснуться въ A , то центръ ея долженъ находиться (50) на линіи CA или на ея продолженіи; слѣдовашельно онъ находится въ точкѣ пересѣченія CA съ MN .

59. Еслии вмѣсто окружности дана была бы прямая линія, и къ которой надлежало бы сдѣлать прикосновеніе къ точкѣ A (фиг. 30) кругомъ, проходящимъ чрезъ данную другую точку B ; въ такомъ случаѣ дѣйствіе рѣшенія ошаченя може, съ тѣмъ шолько ошлнчѣмъ, что на прямой линіи изъ данной точки A надлежитъ восставить перпендикуляръ AC или AD , какъ нужда того пошребуетъ.

60. 4е. Двѣ параллельныя хорды AB и CD (фиг. 31) заключаютъ между собою равныя дуги AC и BD .

Ибо перпендикуляръ GI , опущенный изъ середины G линѣи AB , долженъ (52) раздѣлить пополамъ каждую изъ двухъ дугъ AIB и CID , пошому что линѣя GI перпендикулярна какъ къ AB , такъ и къ параллельной ей CD ; а когда отъ равныхъ дугъ AI и BI отымутся равныяжъ CI и DI , то и оставшіяся дуги AC и DB должны быть равны.

Изъ сего заключимъ, что въ тангенсѣ HK , проведенномъ параллельно съ хордою AB , точка прикосновенія опредѣляетъ точно середину дуги AIB .

61. Изъясненныя предложенія (50, 58 и 59) имѣютъ употребленіе въ Фортификаціи и при чертежѣ огнестрѣльныхъ и другихъ многихъ орудій въ Артиллеріи; тамъ часто случается нужда въ дугахъ, долженствующихъ или касаться взаимно, или касаться къ прямымъ линіямъ, и проходить чрезъ данныя точки.

О Углахъ, относящихся къ Кругу.

62. Мы видѣли уже (12), какая вообще есть мѣра угловъ. Чпозжъ теперь намѣрены изъяснить, то симъ не покажемъ новаго способа ихъ измѣрять, но предложимъ только нѣкоторыя свойства, могущія принести намъ пользу въ послѣдствіи или для рѣшенія задачъ, или для сокращенія доказательства.

63. Уголъ MAN (фиг. 32 и 33), котораго верхъ находится при окружности, а бока состоятъ изъ двухъ хордъ или изъ тангенса и хорды, имѣетъ всегда мѣрою половину дуги BFED, которая заключается между его боками.

Когда центръ C находится между боками угла, въ такомъ случаѣ проводи чрезъ центръ C діаметръ FH параллельно съ бокомъ AM, и діаметръ GE параллельно съ бокомъ AN; произшедшій отъ того уголъ FCE (43) будетъ равенъ углу MAN; по чему сей послѣдній долженъ имѣть ту же мѣру, какую и уголъ, котораго верхъ находится при центрѣ, то есть онъ будетъ имѣть мѣрою дугу FE; теперь слѣдуетъ показать только, что дуга FE есть половина дуги BFED. Но дуга BF равна AH (60) по причинѣ параллельныхъ линій AM и HF, и дуга ED равна AG по причинѣ параллельныхъ AN и GE; почему ED съ BF равны AG съ AH или GH; но GH будучи мѣрою угла GCH, должна быть равна FE, мѣрѣ угла FCE равнаго (20) углу GCH; и такъ BF съ ED равны FE; слѣдовательно FE есть половина BFED, и уголъ MAN имѣетъ мѣрою половину дуги BFED, которая заключается между его боками.

Но ежели центръ случится внѣ боковъ, какъ видѣшь можно въ уголѣ MAN (фиг. 37), то отъ того не меньше справедливо, что сей уголъ измѣряется половиною дуги BD , которая содержится между его боками. Ибо проведя тангенсъ AE , уголъ MAN будетъ равенъ MAE безъ NAE , почему онъ измѣряется разностию мѣръ двухъ сихъ угловъ; то есть (понеже центръ находится между ихъ боками) половиною BFA безъ половины DFA , или половиною дуги BD .

64. Изъ сего слѣдуетъ, что 1 е. *всѣ углы* BAE , BCE , BDE , (фиг. 34), *которыхъ верхи находятся при окружности, а бока стоятъ на одной дугѣ или на равныхъ, будутъ равны между собою.* Потому что каждой изъ нихъ измѣряется половиною одной и той же дуги BE (63).

65. 2 е. *Всякой уголъ при окружности* BAC (фиг. 35), *котораго бока споятъ на концахъ поперешника, будетъ прямой или 90 градусовъ;* ибо въ такомъ случаѣ онъ заключаетъ между своими боками половину окружности BOC , равную 180 градусамъ; а какъ сей уголъ долженъ имѣть мѣрою половину дуги, содержащейся между его боками (63), почему онъ будетъ 90 градусовъ.

66. Доказанное предположеніе (65) можешъ между прочими употребленіями имѣшь два слѣдующія

67. 1е. *Воставить перпендикуляръ на концѣ В линіи FB (фиг. 36).*

Возьми по изволенію точку D внѣ линіи FB, и расшвореніемъ циркула, равнымъ расшоренію DB, опиши окружностію ABCN, которая пересѣчетъ FB въ какой нибудь точкѣ A, отъ точки A чрезъ центръ D проиняи поперешникъ ADC; отъ точки C, гдѣ діаметръ прорѣзываетъ окружностію, проводи къ точкѣ B линію CB, которая будетъ перпендикулярна къ FB. Ибо въ углѣ CBA, которой она соснавляетъ съ линією FB, верхъ находится при окружності, а бока стояшъ на концахъ поперешника AC; почему уголъ сей прямой (65), и CB должна бытъ перпендикулярна къ FB.

68. 2е. *Изъ точки E, данной внѣ круга ABD (фиг. 38), провести къ окружности его касательную линію.*

Соедини центръ C и точку E прямою линією CE, опиши около CE, какъ діаметра, окружностію CAED, она прорѣжитъ окружностію ABD въ двухъ точкахъ A и D; отъ каждой изъ нихъ проводи къ точкѣ E линіи DE и AE, которыя будутъ желаемые тангенсы.

Дабы увѣриться, что сіи линіи дѣйствительно тангенсы, то стоишь только провести радіусы CD и CA; оба угла CDE и CAE находятся при окружності, и бока каждого стояшъ на концахъ поперешника CE; почему они (65) прямые; а для сего DE и AE перпендикулярны къ концамъ радіусовъ CD и CA; слѣдовательно (49) сіи линіи суть тангенсы въ точкахъ D и A.

69. Еслии въ углѣ MAN продолжится бокъ BA (фиг. 32) неопредѣленно до I, то

происходитъ отъ сего уголъ NAI также при окружности; но какъ бока его не состоятъ изъ обѣихъ хордъ, а изъ одной только и продолженія другой, то для сего онъ не будетъ имѣть мѣрою половины дуги AD , заключенной между его боками, но половину суммы двухъ дугъ AD и AB , противоположенныхъ боку AD и боку IA продолженному; ибо DAI съ DAB равны двумъ прямымъ угламъ, оба сии углы вмѣстѣ должны имѣть мѣрою половину всей окружности; но (63) доказано было, что DAB имѣетъ мѣрою половину дуги DB ; изъ чего слѣдуетъ, что уголъ DAI измѣряется половиною дугъ DA и AB .

70. Уголъ BAC (фиг. 39), коего верхъ находится между центромъ и окружностію, измѣряется половиною дуги BC , на которой бока его стоятъ, съ половиною дуги DE , заключенной между тѣми же продолженными боками.

Отъ точки D , гдѣ продолженная CA пересѣкаетъ окружность, проведи DF параллельно AB ; уголъ BAC (37) равенъ FDC , и слѣдовательно одинакую имѣетъ съ нимъ мѣру, то есть половину дуги FBC (63) или половину BC съ половиною BF , или по при-

чинѣ равенства BF съ DE (60) половину BC съ половиною DE .

71. Уголѣ BAC (фиг. 40), коего верхѣ находится внѣ окружности, имѣетѣ мѣрою половину дуги BC , на которой бока его стоятѣ, безѣ половины дуги ED , содержащейся между его боками.

Отѣ точки D , гдѣ CA прорѣзываетѣ окружность, проведи DF параллельную AB .

Уголѣ BAC равенѣ FDC (37), почему имѣетѣ одинакую съ нимѣ мѣру, то есть половину дуги CF , или половину CB безѣ половины BF , или по причинѣ равенства дуги BF (60) съ ED половину CB безѣ половины ED .

72. И такѣ явствуетѣ, что когда бока какого нибудѣ угла заключаются между дугою окружности, и сей уголѣ имѣетѣ мѣрою половину той дуги, верхѣ его необходимо долженѣ быть при окружности; въ противномѣ же случаѣ, естѣлибы онѣ имѣаѣ его индѣ, доказанныя предложенія (70 и 71) показали бы, что онѣ не имѣетѣ мѣрою половины той дуги. Почему какимѣ бы образомѣ не былѣ положенѣ уголѣ, когда бока его (фиг. 34) проходящѣ чрезѣ однѣ и тѣ же точки B и E окружности, то верхѣ его будетѣ всегда находиться въ какой нибудѣ точкѣ окружности же. Изѣ сего слѣдуетѣ, что ежели двѣ линіи AM и AN (фиг. 41), укрѣпленныя одна съ другой въ точкѣ A , будутѣ обращены на поверхности, прикасаясь непрестанно къ неподвижнымѣ точкамѣ B и C , то верхѣ A опишетѣ окружность круга, которая пройдетѣ чрезѣ двѣ точки B и C .

Часть II.

В

Сей способъ можетъ служить т.е. какъ начертить такой кругъ, который бы окружностью своею прошелъ чрезъ данныя три точки В, А, С, (фиг. 41) когда не можно приближаться къ центру. Надлежаще соединить точку А съ точками В и С двумя линѣйками АМ и АN; укрѣпить сѣи линѣйки шакъ, чтобъ снѣ не расходились потомъ передвигашъ уголъ ВАС прикасаясь непрестанно линѣйками къ точкамъ В и С, отъ чего верхъ А назначишь желаемую окружность.

2 е Начертить дугу круга требуемаго числа градусовъ, которая бы проходила чрезъ данныя двѣ точки В и С; что весьма бытъ можетъ полезно въ пракшикѣ.

Для сего изъ 30 градусовъ вычши число градусовъ требуемой дуги, и взявши половину изъ остатка, разтвори линѣйки шакъ, чтобъ онѣ сдѣлали уголъ равной шой половинѣ. Потомъ укрѣпивъ сѣи линѣйки между собою, обращай ихъ какъ было показано, около неподвижныхъ точекъ В и С; дуга ВАС, обведенная шакимъ образомъ верхомъ А, будетъ желаемого числа градусовъ.

Удобно видѣть можно, что уголъ ВАС дѣлается равенъ половинѣ остатка, потому что онѣ имѣетъ мѣрою половину дуги ВС, которая есть разность между цѣлою окружностью и дугою ВАС.

О прямыхъ Линѣяхъ, заключающихъ въ себѣ пространство.

73. Дабы ограничить пространство, для сего не меньше потребно трехъ прямыхъ линѣй; и въ шакомъ случаѣ пространство сіе называется *прямолинейной треугольникъ* или просто *треугольникъ*. АВС (фиг. 42) есть треугольникъ, потому что простран-

ство ограничено тремя прямыми линиями, или справедливѣе по тому, что эта фигура имѣетъ въ себѣ три угла.

Легко увѣриться можно, что во всякомъ треугольникѣ два какіе нибудь бока вмѣстѣ взятыя больше остальнаго третьяго; на пр. АВ съ ВС больше АС, по тому что АС будучи прямая линія, простирающаяся отъ А до С, есть кратчайшій путь.

Треугольникъ, въ которомъ всѣ три бока равны, называется *равносторонней треугольникъ* (фиг. 44).

Тотъ же, въ которомъ два только бока равны, *равнобедренной*. (фиг. 45)

А въ которомъ всѣ бока находятся разные, именуется *разносторонней*. (фиг. 43)

74. Сумма трехъ угловъ всякаго прямолинейнаго треугольника равна двумъ прямымъ угламъ или 180 градусамъ.

Продолжи бокъ АС до Е неопредѣленно (фиг. 43), и проводи линію CD параллельно къ боку АВ.

Уголъ ВАС равенъ углу DCE (37), по тому что линіи АВ и CD параллельны. Уголъ ABC равенъ BCD по второму свойству параллельныхъ (38); почему два угла

ВАС и АВС; вмѣстѣ взятыя, равны двумъ угламъ ВСD и DCE, шо есть углу ВСЕ; но ВСЕ есть дополненіе (17 и 19) ВСА; чего для два угла ВАС и АВС вмѣстѣ будутъ также дополненіемъ угла ВСА. Слѣдовательно всѣ три угла сіи, вмѣстѣ, равны 180 градусамъ.

75. Сдѣланное доказательство увѣряетъ также, что и уголъ внѣшній ВСЕ, произшедшій въ треугольникѣ АВС отъ продолженія его бока АС до Е, равенъ суммѣ двухъ внутреннихъ ВАС и АВС, ему противоположенныхъ.

Изъ сказаннаго (74) заключимъ: 1е. что *прямолинейной* треугольникъ не можетъ имѣть больше одного прямого угла, и называется въ такомъ случаѣ *прямоугольной* треугольникъ (фиг. 46).

2е. Онъ не можетъ также имѣть больше одного тупаго; и называется *тупоугольный* треугольникъ (фиг. 47).

3е. Но углы острые можетъ имѣть всѣ; и тогда именуется *остроугольной* треугольникъ (фиг. 45).

4е. Что знаяши въ треугольникѣ два угла порознь или сумму ихъ, будетъ извѣстенъ и третій, когда вычтешь

изъ 180 градусоѡ сумму извѣстныхъ угловъ.

5 е. Что когда два угла какого нибудь треугольника равны двумъ угламъ другого, то и третій неотмѣнно будетъ равенъ третьему; ибо при угла каждого треугольника соспавляютъ вмѣстѣ 180 градусоѡ.

6 е. Что въ прямоугольномъ треугольникѣ оба острые угла суть дополненіемъ одинъ другому (21) къ 90 градусамъ; ибо когда одинъ изъ угловъ треугольника сего есть 90 градусоѡ, то не больше же 90 градусоѡ остается для двухъ прочихъ вмѣстѣ.

76. Мы видѣли (55), что можно обвести окружность круга около трехъ точекъ находящихся не на прямой линіи, заключимъ же изъ того что. . .

Можно всегда обвести окружность круга около верховъ трехъ угловъ каждого треугольника, что иначе называется *описать кругъ около треугольника*.

77. А изъ сего удобно заключить можно 1 е. Что еслили два угла треугольника равны, то и противоположенные ихъ бока будутъ также равны; и обратно еслили два бока треугольника рав-

*ны, то и углы противоположенные
тѣмъ бокамъ будутъ равны.*

Ибо начерпавши окружность около трехъ
угловъ ABC (фиг. 48), естли углы ABC и
ACB будутъ равны, то и дуги ADC и AEB,
кошорыхъ половины служатъ имъ измѣре-
ніемъ (63), будутъ также по необходимости
равны; и пошому (7) хорды AC и AB бу-
дутъ равны. И обратнѣ естли бока AC
и AB равны, то и дуги ADC и AEB будутъ
равны; и такъ углы ABC и ACB, которые
имѣютъ измѣреніемъ половину сихъ дугъ,
будутъ равны.

Слѣдовашельно въ равноспоронномъ пре-
угольникѣ всѣ углы равны между собою и
каждой составляетъ претъ 180 град. или 60°.

78. 2 е. *Во всякомъ треугольникѣ ABC*
(фиг. 49) самой большой бокъ противу-
полагается самому большому углу, а
самой меньшей бокъ самому меньшому
углу, и обратно.

Ибо естли уголъ ABC, есть больше уг-
ла ACB, то дуга AC будетъ больше дуги
AB, и слѣдовашельно хорда AC больше хор-
ды AB; обратное предложеніе такимъ же
образомъ доказываеиъся.

О равенствѣ Треугольниковъ.

79. Многія находящіяся предложенія , которыя доказательство основывается на равенствѣ треугольниковъ ; и потому за нужное почитаемъ показать здѣсь свойства , по которымъ должно узнавать сіе равенство. Ихъ находишь числомъ три.

80. Два треугольника совершенно бываютъ равны , когда они имѣютъ по одному равному углу , заключающемуся между двумя равными боками.

Пусть уголъ В треугольника ВАС (фиг. 50) будетъ равенъ углу Е треугольника EDF , бокъ АВ равенъ боку DE , а бокъ ВС боку EF : то вотъ какимъ образомъ можно узнать почему сіи два треугольника равны между собою.

Представимъ , что фигура ABC была бы положена на фигуру DEF , такъ что бокъ АВ легъ бы на равномъ себѣ DE ; и такъ когда уголъ В равенъ углу Е , то бокъ ВС закроетъ EF а точка С упадетъ въ точку F , понеже бокъ ВС принимаемъ мы равнымъ EF ; но какъ точка А находится въ D , а точка С въ F , то явствуетъ изъ сего , что AC закроетъ совершенно DF , и слѣдовательно оба треугольника сходны во всѣхъ частяхъ между собою.

И такъ, чтобъ начертить треугольникъ, котораго известны два бока съ заключающимся между ими угломъ, должно прописать (фиг. 50) линію DE, равную какому нибудь изъ известныхъ боковъ; на сей линіи сдѣлать (14) уголъ DEF равный данному углу, и линію EF равную второму известному боку; потомъ провести DF, отъ чего произойдетъ требуемый треугольникъ.

81. Два треугольника совершенно бываютъ между собою равны, когда они имѣютъ по одному боку равному, лежащему при двухъ равныхъ углахъ.

Пусть бокъ АВ (фиг. 50) будетъ равенъ боку DE, уголъ В равенъ углу Е, а уголъ А равенъ углу D.

Представимъ, что бокъ АВ положенъ на бокъ DE; ВС закроетъ совершенно EF потому, что уголъ В равенъ углу Е; равнымъ образомъ понеже уголъ А равенъ углу D, бокъ AC закроетъ DF; почему AC и BC сойдутся въ одной точкѣ F; и слѣдовательно два треугольника сии равны между собою.

И такъ, чтобъ начертить треугольникъ, котораго известны бокъ и два лежаще при немъ угла, должно провести (фиг. 50) линію DE равную данному боку; по концамъ сей линіи сдѣлать (14) углы E и D равные двумъ известнымъ угламъ; такимъ образомъ бока EF и DF сихъ угловъ составятъ изъ себя требуемый треугольникъ.

82. Предыдущее предложение (81) можетъ служить доказательствомъ что части AC и BD (фиг. 51) двухъ параллельныхъ линій, заключающихся между двумя другими параллельными линіями AB и CD , суть равны между собою.

Опусти два перпендикуляра AE и BF , углы AEC и BFD будутъ равны, потому что они прямые; а какъ AC и BD , AE и BF между собою параллельны, то уголъ EAC равенъ углу FBD (43), также AE равно BF (36); слѣдовательно два треугольника AEC и BFD равны, потому что они имѣютъ по одному боку равному, лежащему при двухъ равныхъ углахъ; и такъ AC равно BD .

Можно также доказать, что еслии AC равна и параллельна BD , то AB будетъ равна и параллельна CD ; ибо кромѣ того, что бокъ AC равенъ BD и углы какъ въ E , такъ и F прямые; уголъ ACE будетъ равенъ BDF , понеже AC есть параллельна BD (38); слѣдовательно (75) третій уголъ EAC будетъ равенъ третьему углу DBF , почему два треугольника, имѣющие по одному равному боку, лежащему при двухъ равныхъ углахъ, будутъ равны; слѣдователь-

но AE равна BF , и потому двѣ линіи AB и CD параллельны; а изъ сказаннаго (82) слѣдуетъ, что онѣ и равны.

83. *Два треугольника совершенно бываютъ равны, когда они имѣютъ по три бока равныхъ.*

Пусть бокъ AB (фиг. 50) будетъ равенъ боку DE , бокъ BC равенъ боку EF , а бокъ AC равенъ боку DF .

Представивъ, что бокъ AB положенъ на DE , а плоскость BAC закрываетъ плоскость фигуры EDF , утверждаю, что точка C должна упасть въ точку F .

Опиши изъ точекъ D и E , какъ изъ центровъ, полупоперешниками DF и EF двѣ дуги IK и HG , пересѣкающіяся въ F ; изъ сего явствуетъ, что точка C должна упасть въ какую нибудь точку дуги IK , ибо AC равно DF ; по той же причинѣ точка C должна упасть въ какую нибудь точку GH , понеже BC равно EF ; и такъ она должна неминуемо упасть въ точку F , которая есть одна только общая точка въ двухъ дугахъ, пересѣченныхъ съ противоположенной стороны DE ; слѣдовательно два треугольника совершенно сходны, и потому равны между собою.

И такъ, чтобъ начертить треугольникъ, котораго извѣстны три бока, должно (фиг. 50) провести прямую линію DE равную одному изъ извѣстныхъ боковъ; изъ точки D какъ центра полупоперешниковъ равнымъ второму данному боку описать дугу IK; такимъ же образомъ изъ точки E, полупоперешникомъ равнымъ третьему извѣстному боку, описать дугу GH; на концѣ изъ точки пересѣченія F, провести къ точкамъ G и E прямыя линіи FD и FE.

О Многоугольникахъ.

84. Фигура, состоящая изъ многихъ боковъ, называется вообще *многоугольникомъ*.

Когда она имѣетъ три бока, тогда называется.

Треугольникъ

когда имѣетъ 4 *Четвероугольникъ*

5 *Пятиугольникъ*

6 *Шестиугольникъ*

7 *Семіугольникъ*

8 *Осьмиугольникъ*

9 *Девятиугольникъ*

10 *Десятиугольникъ*

11 *Одиннадцатиугольникъ*

12 *Двенадцатиугольникъ*

И такъ далѣе, получая названіе свое отъ числа угловъ.

Исходящій уголъ называется тотъ, котораго верхъ находится внѣ фигуры; *фигура 52* имѣетъ всѣ углы исходящіе.

Входящій уголъ есть *пошъ*, котораго верхъ входитъ въ фигуру: уголъ CDE (*фиг. 53*) есть *уголъ входящій*.

Свойства *многоугольниковъ* весьма употребительны въ *Фортификаціи*. Названіе *исходящаго и входящаго угловъ* описаны особенно до угловъ *перышаго пуща* и *линей репраншемента*.

Діагоналю называется такая *линя*, которая проводится отъ одного угла къ другому во всякой фигурѣ. AD , AC (*фиг. 52*) суть *діагонали*.

85. Всякой *многоугольникъ* можетъ раздѣленъ быть *діагоналями*, проведенными изъ одного какого нибудь его угла, на столько *треугольниковъ безъ двухъ*, сколько онъ имѣетъ *боковъ*.

Изображеніе *фигуръ 52 и 53* довольно показывается, что сіе справедливо.

86. И такъ, чтобъ узнать *сумму всѣхъ внутреннихъ угловъ* какого нибудь *многоугольника*, должно умножить 180° на число *боковъ* его безъ *двухъ*.

Ибо видѣть можно, что *сумма внутреннихъ угловъ* въ *многоугольникахъ* $ABCDE$ (*фиг. 52*), и $ABCDEF$ (*фиг. 53*) есть таже самая, какая находится въ *углахъ* *треугольниковъ* ABC , ACD и проч. а какъ

сумма трехъ угловъ каждаго изъ сихъ треугольниковъ составляетъ 180° ; слѣдовательно должно умножить 180° на столько разъ, сколько находится треугольниковъ, то есть (85) на столько разъ безъ двухъ, сколько боковъ въ многоугольникъ.

Дабы уголъ CDE въ фигурѣ 53 могъ относиться къ предыдущему предложенію, то должно считать его не частію CDE внѣшнюю многоугольника, но частію CDE, состоящую изъ угловъ ADE и ADC. Хотя сей уголъ имѣетъ больше 180° , совсѣмъ шмѣла же бытъ угломъ, какъ и всякой другой имѣющей меньше 180° ; ибо уголъ вообще есть ничто иное, какъ количество, которое линія проходитъ обращаясь около неподвижной точки.

87. Если въ многоугольникъ, который не имѣетъ входящихъ угловъ, продолжатся всѣ бока къ одной сторонѣ, то сумма всѣхъ внѣшнихъ угловъ составитъ будетъ изъ 360° , сколько бы въпрочемъ многоугольникъ не имѣлъ у себя боковъ. Смотри (фиг. 52).

Ибо всякой уголъ внѣшній есть дополненіемъ углу внутреннему, съ нимъ смежному; а какъ всѣ углы внутренние и внѣшніе равны 180° , взятымъ столько разъ, сколько находится боковъ; но (86) внутренние углы разнствуютъ отъ сей суммы только 180° два раза взятыми, или 360° ; и такъ для однихъ внѣшнихъ остается 360° .

88. Многоугольник называется *правильным* тогда, у котораго всѣ углы и всѣ бока равны. (фиг. 54).

И такъ весьма легко узнать можно сколько составляетъ градусовъ каждый внутренній уголъ правильного многоугольника; ибо сыскавши, какъ было показано (86) число градусовъ всѣхъ вмѣстѣ внутреннихъ угловъ, стоишь только по томъ раздѣлишь сумму сію на число боковъ; на пр. еслии надобно узнать сколько градусовъ заключаетъ въ себѣ каждой внутренній уголъ правильного пятиугольника; то, какъ у него находится пять боковъ, должно умножить 180° на пять безъ двухъ, то есть на три, что производишь 540° для суммы пяти внутреннихъ угловъ; но понеже они всѣ равны, то каждый уголъ долженъ составлять пятую часть изъ 540° , то есть 108° .

89. Изъ опредѣленія, сдѣланнаго правильному многоугольнику, слѣдуетъ, что *окружность круга можетъ всегда описана быть около верховъ всѣхъ угловъ его*.

Доказано (55), что можно описать окружность круга около трехъ точекъ А, В, С, (фиг. 54) почему утверждаю, что она проходя чрезъ тѣ точки, должна проходить также чрезъ конецъ бока CD; ибо весьма легко можно доказать, что точка D, въ которой сія окружность должна пересѣчься съ бокомъ CD, удалена отъ С на количество равное BC; понеже уголъ ABC равенъ BCD, дуги AEC и BFD, которыхъ полови-

ны служатъ измѣреніемъ симъ угламъ (63), должны быть также равны; если же опустить у каждаго угла общую дугу $AFED$, то оставшіяся дуги CD и AB должны быть равны, слѣдовательно (7) и хорды CD и AB суть равны; и такъ точка D , въ которой бокъ CD сходится съ окружностью проходящею чрезъ A, B, C , есть та же, что верхъ угла многоугольника; поже самое доказательство служитъ въ углахъ E и F .

90. И такъ слѣдуетъ, что для описанія круга около правильнаго многоульника нужно начертить кругъ, котораго бы окружность коснулась верхамъ трехъ его угловъ; а сіе сдѣлай показаннымъ образомъ (55).

91. *Всѣ перпендикулярныя линіи, опущенныя изъ центра правильнаго многоульника на бока его, суть равны между собою.* Ибо какъ сіи перпендикуляры OH, OL падаютъ въ средину каждаго бока (52), то линіи AH и AL равны между собою; но AO есть общая двумъ треугольникамъ OHA и OLA , верхъ того въ треугольникахъ ABO , AOF по причинѣ равенства всѣхъ боковъ, углы OAH и OAL должны быть равны; и такъ два треугольника OAH и OAL , заключая между двумя равными боками по одному равному углу, суть равны (80). Слѣдовательно OH равно OL .

И потому естли полупоперешникомъ равнымъ одной изъ сихъ перпендикулярныхъ линій; опишешь окружность; то она будетъ касаться всѣмъ бокамъ многоугольника. Сія окружность называется *вписанною* въ многоугольникъ.

Перпендикуляръ $ОН$, $ОL$ и проч. называется *Апотемою* многоугольника.

92. Изъ сего явствуетъ, что ежели изъ центра правильного многоульника проведутся линіи ко всѣмъ угламъ, то онѣ будутъ заключать между собою равные углы, понеже углы сіи измѣряются дугами, противоположенными равнымъ хордамъ; и такъ для сисканія угла при центрѣ какого нибудь правильного многоугольника, надлежитъ раздѣлить 360 градусовъ на число боковъ его. Ибо равные сіи углы имѣютъ всѣ вмѣстѣ мѣрою цѣлую окружность. На пр. въ шестиугольникъ каждой уголъ при центрѣ будетъ шестая часть 360 градусовъ, то есть будетъ 60 градусовъ.

93. И такъ бокъ правильного шестиугольника равенъ полупоперешнику круга, описаннаго около его. Ибо по проведеніи радиусовъ $АО$ и $ВО$, треугольникъ $АОВ$ будетъ равнобедренной, и слѣдовательно (77) углы

ВАО и АВО будущи равны между собою; но какъ уголъ АОВ есть 60 градусовъ, то для прочихъ двухъ остается 120 градусовъ (75); почему для каждого по 60 градусовъ; и такъ три угла сии равны между собою, и треугольникъ АОВ долженъ быть равноспоронной (77); чего для бокъ АВ равенъ радиусу АО.

94. *Сие послѣднее предложеніе можетъ служить способомъ для раздѣленія окружности на дуги 15 градусовъ.*

Проведи два діаметра АВ и DE (фиг. 55) перпендикулярно одинъ къ другому. и взявши описаніе циркула равное радиусу СЕ, перенеси его попеременно изъ Е въ F и изъ А въ G; четвертьъ окружности АЕ будетъ симъ способомъ раздѣлена на три равныя части АF, FG, GE: ибо какъ описаніе циркула взято равное полуперемѣнику, то слѣдуетъ изъ сего (93), что дуга EF есть 60 градусовъ; но EA есть 90 градусовъ, почему AF должна быть 30 градусовъ. По той же причинѣ AG есть 60 градусовъ; а какъ AE есть 90 градусовъ, то для GE остается 30 градусовъ; наконецъ ежели изъ цѣлой дуги AE 90 градусовъ вычтешь дуги AF и GE равныя обѣмъ 60 градусамъ, осталая дуга FG будетъ 30 градусовъ. Раздѣливъ такимъ образомъ четвертьъ окружности на дуги 30 градусовъ, легко послѣ того получишь можешь дугу 15 градусовъ, когда раздѣлишь пополамъ каждую изъ дугъ AF, FG и GE показаннымъ образомъ (54). Поступай равно и съ прочими тремя четвертями AD, DB и BE.

Естьли пожелаешь продолжать такое раздѣленіе до дуги одного градуса, то надлежитъ въ такомъ случаѣ поступать приравливаясь, потому что для сего не находится настоящаго Геометрическаго способа. Есть однакожъ Геометрической способъ для достиженія прямо до дуги 13 градусовъ; но какъ предложенія къ тому сопровождающія, не мо-

гушѢ принести намѢ сверхѢ сего никакой другой пользы, шо мы и не намѢрены о нихѢ говорить.

ЗамѣтимѢ здѣсь только шо, что мы разумѣмѢ чрезѢ Геометрическія дѣйствія тѢ способы, которыми производится исполненіе какого нибудь требованія *опредѣленнымъ* числомѢ дѣйствій съ помощію линійки и циркула.

О пропорціональныхъ Линіяхъ.

95. Прежде нежели приступимѢ къ изъясненію пропорціональныхъ линій, сдѣлаемѢ нѣкоторыя предложенія о пропорціяхъ, непосредственно происходящія изѢ истинѢ, преподанныхъ Арифметикою. Но дабы сократить рѣчь, мы намѢрены впередѢ употреблять знаки вмѣсто нѣкоторыхъ дѣйствій; на примѣрѢ для означенія сложенія мы будемѢ писать $+$, и выговаривать его *сѢ* или *сложенное*; такимѢ образомъ $4 + 3$ означитѢ 4 сложенное сѢ 3, или просто 4 сѢ 3. РавномѢрно для показанія вычитанія употребимѢ знакѢ $-$, которой отвѣчающъ будетѢ словамъ *бѣзѢ* или *вычитенное*; на примѣрѢ $5 - 2$ означитѢ 5 бѣзѢ 2, или шо, что изѢ 5 слѣдуетѢ вычесть 2. КакѢ не всегда состоятъ дѣло въ самомѢ исполненіи дѣйствія, но больше въ разсужденіяхъ о его обстоятельствахъ, того ради полезнѣе иногда представлять его, нежели производить для него рѣшеніе.

Умноженіе изобразимъ симъ знакомъ \times ,
которой отвѣчать будетъ словамъ *умно-*
женное на; почему 5×4 означитъ 5 умно-
женное на 4.

Дѣленіе представлять будемъ въ видѣ
доби, поставляя дѣлителя подѣ делимымъ,
на пр. $\frac{12}{7}$ означитъ 12 раздѣленное на 7.

Предположивъ сіе, видѣли мы (Арие.
175), что во всякой пропорціи сумма пре-
дыдущихъ членовъ къ суммѣ послѣдующихъ
содержится такъ, какъ предыдущій членъ
къ своему послѣдующему: и тоже сравне-
ніе дѣлали разности предыдущихъ съ раз-
ностью послѣдующихъ.

96. Изъ сего можемъ заключить, что
во всякой пропорціи сумма предыду-
щихъ членовъ содержится къ суммѣ по-
слѣдующихъ, какъ разность предыду-
щихъ къ разности послѣдующихъ; ибо
ежели въ пропорціи $48 : 16 = 12 : 4$ мо-
жетъ быть.

$$48 + 12 : 16 + 4 = 12 : 4$$

$$\text{и } 48 - 12 : 16 - 4 = 12 : 4$$

То явствуешь (по причинѣ взаимнаго
отношенія $12 : 4$), что можетъ также быть
 $48 + 12 : 16 + 4 = 48 - 12 : 16 - 4$. За-

ключеніе такое служивъ для всякой другой пропорціи.

97. Въ сей же пропорціи, переставивъ претій членъ на мѣсто второго, а второй на мѣсто претяго, что позволено (Аріѳ. 171), можно утвердить также, что *сумма предыдущихъ членовъ содержится къ разности ихъ, какъ сумма послѣдующихъ къ разности сихъ послѣднихъ.*

98. Ежели въ пропорціи $48 : 16 = 12 : 4$ перемѣнялся мѣста двухъ среднихъ членовъ, какъ на пр. $48 : 12 = 16 : 4$, то по доказанному предположенію (96) будетъ $48 + 16 : 12 + 4 = 48 - 16 : 12 - 4$. Почему изъ сей посылки въ разсужденіи пропорціи $48 : 16 = 12 : 4$ можно вывести слѣдующее предположеніе, что *сумма первыхъ двухъ членовъ къ суммѣ двухъ послѣднихъ содержится такъ, какъ разность двухъ первыхъ къ разности двухъ послѣднихъ*; или (переставивъ опять претій членъ на мѣсто второго, а второй на мѣсто претяго) *сумма двухъ первыхъ членовъ къ разности ихъ, такъ сумма двухъ послѣднихъ къ разности сихъ же послѣднихъ.*

99. Если содержаніе состоитъ изъ произведенія многихъ другихъ содержа-

ній, то можно на мѣсто каждаго сложнаго содержанія поставитъ другое, изображенное иными членами, лишь бы сіи члены показывали одинаковoe содержаніе съ тѣми, вмѣсто которыхъ пріемяются.

На примѣрѣ въ содержаніи $6 \times 10 : 2 \times 5$, можно на мѣсто множимыхъ 6 и 2 поставитъ 3 и 1; понеже сложенное содержаніе $3 \times 10 : 1 \times 5$ будетъ одинаково съ содержаніемъ $6 \times 10 : 2 \times 5$. Ибо когда справедливо, что $6 : 2 = 3 : 1$, то можно безъ всякой перемены пропорціи сей (Арие. 173) умножить предыдущіе члены на 10, а послѣдующіе на 5, и въ такомъ случаѣ получится $6 \times 10 : 2 \times 5 = 3 \times 10 : 1 \times 5$.

Изъ предыдущаго доказательства понятъ можно, что истина сія служитъ можетъ во всякомъ другомъ содержаніи.

100. Если въ двухъ или многихъ пропорціяхъ случится, что предыдущій членъ перваго содержанія одной будетъ равенъ послѣдующему другой, то можно, когда потребуетъ надобность, помножать пропорціи сіи по порядку, и опуститъ тѣ члены, которые будутъ общими; на примѣрѣ въ двухъ сихъ пропорціяхъ:

$$6:4=12:8$$

$$4:3=20:15$$

можно вывести $6:3=12 \times 20:8 \times 15$.

Ибо допустивши общаго множителя 4, содержаніе 6×4 къ 4×3 не будетъ ничѣмъ различествовать отъ содержанія 6 къ 3 (Ариф. 160), которое происходитъ отъ опущенія множителя.

Равнымъ образомъ изъ . . $6:4=12:8$

$$4:3=20:15$$

$$3:7=21:49$$

Выходитъ $6:7=12 \times 20 \times 21:8 \times 15 \times 49$

Та же истина и по той же причинѣ служитъ во вѣсѣхъ содержаніяхъ.

Наблюденіе сіе полезно быть можетъ къ сысканію содержанія двухъ количествъ, когда сіе содержаніе будетъ сложное; ибо въ такомъ случаѣ каждое изъ тѣхъ количествъ сравнивается съ другими, которыя приемлются какъ бы вспомошествоющія и недолжны оставаться по доказательствѣ.

Познаніе, полученное нами въ числахъ о пропорціяхъ, приоровимъ теперь къ линіямъ.

Содержанія, которыя приняты будутъ здѣсь, предполагаются Геометрическія. Такимъ образомъ когда скажемъ, что такая-та линія содержится къ другой, какъ на пр. 5 къ 4; должно разумѣть чрезъ сіе, что первая содержитъ въ себѣ другую столько, сколько 5 содержитъ въ себѣ 4.

101. *Естьли на боку AZ какого нибудь угла ZAX (фиг. 56) назначится нѣсколько равныхъ частей АВ, ВС, CD, DE, и проч. произвольной величины; и когда по произвольномъ продолженіи изъ какой нибудь точки раздѣленія на пр. изъ F линіи FL, которая пересѣчетъ другой бокъ AX въ L, проведутся чрезъ другія точки раздѣленія линіи BG, CH, DI, EK и проч. параллельныя съ FL; то говорю я, что части AG, GH, HI и проч. бока AX будутъ также равны между собою.*

Опусти изъ почекъ G, H, I, и проч. линіи GM, HN, IO и проч. параллельныя къ AZ, треугольники ABG, GMH, HNI, IOK и проч. будутъ всѣ равны между собою; ибо 1. е. линіи GM, HN, IO и проч. каждая равна АВ, понеже (82) онѣ равны ВС, CD, DE и проч. 2. е. углы GMH, HNI, IOK и проч.

всѣ равны между собою, потому что каждый изъ нихъ (43) равенъ углу ABG , углы MGN , NHI , OK и проч. также равны, потому что каждой изъ нихъ равенъ углу GAB (43).

И такъ треугольники BAG , MGN , NHI и проч. имѣя по одному боку равному, лежащему при двухъ равныхъ углахъ, будутъ всѣ равны между собою; следовательно бока ихъ AG , GN , HI и проч. должны быть также всѣ равны: изъ сего заключаемъ, что линія AX раздѣлена дѣйствительно параллельными на равныя части.

И такъ явствуетъ, что линія AB какая будетъ часть линіи AG , линія BC будетъ такаяжъ часть линіи GN , CD будетъ подобная часть HI ; когда примѣримъ AB есть $\frac{2}{3} AG$, BC будетъ $\frac{2}{3} GN$ и такъ далѣе.

Тоже самое служить въ 2, 3, 4 и проч. частяхъ линіи AF , сравниваемыхъ съ 2, 3, 4 и проч. частями AL ; почему каждая частица AD или DF линіи AF есть одинаковая часть съ сходственной ей AI или IL линіи AL , какъ AB съ AG , то есть, что

$$AD : AI = AB : AG.$$

$$\text{и } DF : IL = AB : AG$$

Можно также послать $AF : AL = AB : AG$.

По чему (по причинѣ содержанія АВ: АС, общаго всѣмъ тремъ пропорціямъ) можно заключить, что

$$AD : AI = DF : IL$$

и $AD : AI = AF : AL$

102. Если изъ точки D (Фиг. 57), взятой произвольно на боку АС какого нибудь треугольника АСL, проведемъ линію DI параллельно съ бокомъ SL, то два бока АС и AL пересѣкутся пропорціонально, то есть что

$$AD : AI = DF : IL$$

и $AD : AI = AS : AL$,

или перемѣнивъ мѣста двухъ среднихъ членовъ (Ариѳ. 171).

$$AD : DF = AI : IL$$

и $AD : AS = AI : AL$

какой бы впрочемъ не былъ уголъ SAL.

Ибо представь себѣ линію АС раздѣленную на такое число, что D сдѣлалась бы точкою раздѣленія По томъ когда изъ всѣхъ точекъ раздѣленія проведены были бы параллельныя линіи съ SL; то DI будетъ одна изъ тѣхъ параллельныхъ, и слѣд. истина сихъ пропорцій докажется тѣмъ же самымъ способомъ, какъ было показано (101).

103. Почему 1е. *если изъ точки А, взятой произвольно внѣ линѣи GL (фиг. 60 и 61) проведутся къ разнымъ точкамъ сей линѣи многія другія AG, АН, АІ, АК, АL; то всякая линѣя BF, параллельная съ GL, пересѣчетъ всѣ сіи линѣи пропорціонально, то есть что . . .*

$$AB:BG=AC:CH=AD:DI=AE:EK=AF:FL$$

и $AB:AG=AC:AH=AD:AI=AE:AK=AF:AL$

Ибо принявъ въ разсужденіе попеременно углы GАН, ГАІ, ГАК, ГАL, такъ какъ прежде уголъ FАL въ фиг. 57, легко доказать можно, что всѣ содержанія сіи будутъ равны.

104. 2е. *Линѣя AD, (фиг. 58) раздѣляющая въ треугольникѣ уголъ BAC на двѣ равныя части, пересѣкаетъ противоположенной ему бока BC на двѣ части BD и DC пропорціонально прочимъ бокамъ AB и AC, то есть, что*

$$BD:DC=AB:AC.$$

Ибо если изъ точки В проведемъ къ линѣи AD параллельную BE, пока она съ продолженіемъ AC пересѣчется въ точкѣ Е, то линѣи CE и СВ будутъ въ такомъ случаѣ пересѣчены пропорціонально (102), и слѣд. $BD:CD=AE:AC$.

Но видѣть можно, что AE равна AB ; ибо по причинѣ параллельныхъ AD и BE уголъ E равенъ углу DAC (37), а уголъ EBA равенъ своему алтернему BAD (38); какъ же DAC и BAD будучи половины BAC , равны между собою, то углы E и EBA будутъ также равны, а изъ сего слѣдуетъ, что и бока AE и AB равны; почему пропорція $BD : CD = AE : AC$ перемѣнится въ $BD : CD = AB : AC$.

Посредствомъ предложенія сего можно опредѣлить точки продолженія капишальной линіи въ башіонѣ.

Взявши на продолженіяхъ BD и BE (фиг. 59) двухъ фазовъ произвольно двѣ точки D и E , вымѣрай BD и BE , или (когда не можно ихъ мѣрять) опредѣли длину ихъ способомъ, которой будетъ показанъ послѣ, и вымѣрай также DE ; потомъ какъ капишальная линія дѣлитъ уголъ ABC и противоположенной ему DBE на двѣ равныя части, посылай слѣдующую пропорцію $DB : BE = DF : EF$; но (Арие. 174) можетъ также быть $DB + BE : BE = DE : EF$. Такимъ образомъ получишь EF и слѣд. точку F .

105. *Если линіи AF и AL (фиг. 57) пересѣкутся въ точкахъ D и I пропорціонально, то есть что $AF : AD = AL : AI$, то линія DI въ такомъ случаѣ будетъ параллельна съ FL .*

Ибо часть AI , которую отсѣкаетъ параллельная, проведенная изъ точки D , должна (102) содержаться въ AL столько,

сколько AD въ AF ; но по положенію AI содержится именно столько разъ въ AL , слѣд. часть сія не иная бытъ можетъ какъ AI .

106. И такъ *естьли линѣи* (фиг. 60) AG , $АН$, AI , AK , AL , *проведенныя изъ точки A къ разнымъ точкамъ линѣи GL , пересѣкутся пропорціонально въ точкахъ B , C , D , E , F ; линѣя $BCDEF$, проходящая чрезъ всѣ сіи точки, будетъ прямая и параллельная съ GL .*

107. Доказанныя предположенія (101 и слѣд.) суть также истинны, когда линѣя BF не находится между точкою A и линѣею GL какъ въ *фиг. 60*, но упадаетъ по другую сторону точки A , какъ въ *фиг. 61*. Ибо все, что сказано о *фиг. 56*, и что служитъ основаніемъ предположенія (101 и слѣд.), можетъ служить также доказательствомъ параллельнымъ линѣямъ, пересѣкающимъ продолженія ZA и XA въ *фиг. 56*.

О подобіи Треугольниковъ.

108. *Сходственными боками въ двухъ треугольникахъ или вообще въ двухъ фигурахъ подобныхъ называются тѣ, изъ которыхъ каждой занимаетъ подобное положеніе въ своей фигурѣ.*

Когда предлагается, что два подобные треугольника или двѣ подобныя фигуры имѣющѣ бока пропорціональные, то разумѣется, что каждой бока первой фигуры содержащѣ въ себѣ сходственной бока другой или самѣ въ немѣ содержащѣся одинаково число разѣ; такимѣ образѣ мѣ когда въ выводимыхѣ пропорціяхѣ будешь сравнивать одинѣ бока первой фигуры съ сходственнымѣ ему другой — должно въ послѣдующемѣ содержаніи сравнивать другой бока первой фигуры съ сходственнымѣ ему второй; или когда сравнивалѣ ты одинѣ бока съ другимѣ первой фигуры, то два бока второй, слѣдующіе къ сравненію въ другомѣ содержаніи, должны были сходственными прежнимѣ и взяты въ томѣ же порядкѣ, то есть чинѣ предѣдущій членѣ второго содержанія былѣ сходственнымѣ бокомѣ съ предѣдущимѣ членомѣ перваго содержанія.

109. Когда въ двухѣ треугольникахѣ найдется, что три угла одного равны порознь тремѣ угламѣ другаго, то сходственные ихѣ бока будутѣ пропорціональны, и слѣд. треугольники тѣ подобны.

Если бы два треугольника ADI и AFL (фиг. 62) были таковы, что уголѣ А перваго равенѣ углу А втораго, уголѣ D равенѣ углу F и уголѣ I равенѣ углу L; то говорю, что $AD : AF = AI : AL = DI : FL$.

Ибо какѣ уголѣ А перваго треугольника равенѣ углу А другаго, то оба сіи треугольника можно положить одинѣ на другой показаннымѣ образомѣ въ фиг. 57; а какѣ по причинѣ равенства угла D съ угломѣ F, линіи DI и FL должны были параллельны

(37), то изъ доказаннаго (102) слѣдуетъ, что $AD : AF = AI : AL$ справедливо.

Проведемъ теперь изъ точки I (фиг. 57) прямую IH параллельную съ AF, то изъ сказаннаго (102) явствуетъ, что $AI : AL = FH : FL$, или по причинѣ равенства FH съ DI (32) $= DI : FL$; слѣдовательно $AD : AF = AI : AL = DI : FL$.

И переставивъ среднѣ члены, можно также послать $AD : AI = AF : AL$, и $AI : DI = AL : FL$.

110. А когда (75) два угла одного треугольника равны двумъ угламъ другаго, то третій уголъ долженъ по необходимости равенъ быть третьему; и такъ заключимъ, что *два треугольника будутъ подобны, какъ скоро въ нихъ найдется по два угла равныхъ*,

111. Видѣли мы (43), что два угла, которыхъ бока обращены къ одной сторонѣ параллельно, бывають равны; изъ сего слѣдуетъ, что *два треугольника, у которыхъ будутъ бока параллельны, будутъ имѣть порознь всѣ углы равные, и (109) бока пропорціональные*.

Почему естѣли - въ двухъ треугольни-
кахъ будетъ сдѣланъ каждой бока одно-
го перпендикулярнаго каждому боку дру-
гаго, то бока сии будутъ также пропор-
циональны; ибо склонивши на четверть
крута одинъ какой нибудь треугольникъ къ
другому, бока ихъ сдѣлаются параллельными.

112. Если изъ прямого угла A пря-
моугольного треугольника BAC (фиг. 46),
опустится на противоположенной бока
 BC (которой называется Гипотенузою)
перпендикуляръ AD ; то 1е. два треуголь-
ника ADB и ADC будутъ подобны между со-
бою и треугольнику BAC . 2е. Перпенди-
куляръ AD будетъ средняя пропорцио-
нальная линия между отрезками гипо-
тенузы BD и DC . 3е. Каждой бока AB
или AC прямого угла будетъ среднимъ
пропорциональнымъ между гипотенузою
и соответствующимъ отрезкомъ BD или DC .

Ибо треугольники ADB и ADC имѣютъ
каждой въ D по прямому углу, равно какъ
треугольникъ BAC въ точкѣ A ; сверхъ
сего каждой изъ нихъ имѣетъ по одному
общему углу съ первымъ послѣднимъ треуголь-
никомъ, понеже уголъ B принадлежитъ
какъ треугольнику ADB , такъ и треуголь-
нику BAC ; равнымъ образомъ уголъ C какъ

треугольнику $\triangle DAC$, какъ и треугольнику $\triangle BAC$; почему (109) треугольники сіи подобны. И сравнивая сходственные бока въ двухъ треугольникахъ $\triangle ADB$ и $\triangle ADC$, получишь

$$BD : AD = AD : DC,$$

Сравнивая сходственные бока двухъ треугольниковъ $\triangle ADB$ и $\triangle BAC$, получишь

$$BD : AB = AB : BC.$$

Наконецъ сравнивая сходственные бока въ треугольникахъ $\triangle ADC$ и $\triangle BAC$, получишь

$$CD : AC = AC : BC.$$

Изъ сего видѣть можно (Аріотъ 164), что AD есть средняя пропорціональная между BD и DC ; AB средняя пропорціональная между BD и BC ; и напослѣдокъ AC средняя пропорціональная между CD и BC .

113. Два треугольника, имѣющіе по одному равному углу, заключающе муся между двумя пропорціональными боками, будутъ имѣть также остальные два угла равные, и слѣдовательно будутъ подобны.

Ежели два треугольника $\triangle ADI$ и $\triangle AFL$ (фиг. 62) будутъ такіе, что уголъ A перваго равенъ углу A втораго, и бока, между которыми тѣ углы заключаются, бу-

дущь содержащся какъ $AD : AF = AI : AL$;
 то говорю я , что они подобны , то естъ
 что они будущь имѣть прочіе углы по-
 рознь равные , и оспальные шретьи свои бо-
 ка DI и FL въ той же пропорціи , какъ $AD :$
 AF или $AI : AL$.

Ибо положивши треутольникъ ADI на
 треутольникъ AFL показаннымъ образомъ
 въ *фигурѣ* 57 , уголъ A первого закроетъ
 уголъ A другаго . Но какъ $AD : AF = AI :$
 AL , то слѣдуетъ , что двѣ прямыя линіи
 AF и AL пересѣчены пропорціонально въ
 шочкахъ D и I ; а изъ сего явствуетъ , что
 DI (105) параллельна съ FL ; почему (37)
 уголъ AFL равенъ углу ADI и уголъ ALF
 равенъ AID .

Отсюду и изъ сказаннаго (109) слѣ-
 дуетъ , что $DI : FL = AD : AF = AI : AL$.

114. Два треутольника , у которыхъ
 три сходственные бока пропорціональны ,
 будутъ имѣть всѣ углы порознь равные ,
 и слѣдовательно такіе треутольники по-
 добны .

Есѣли допуститья (*фиг.* 63) , что
 $DE : AB = EF : BC = DF : AC$, то говорю ,
 что уголъ D равенъ углу A , уголъ E ра-
 венъ углу B , и уголъ F равенъ углу C .

Часть II.

Д

Представимъ, что на боку DE сдѣланъ треугольникъ DGE, котораго уголъ DEG равенъ углу В и уголъ GDE углу А, то треугольникъ DGE будетъ подобенъ треугольнику ABC (109), и слѣдовательно $DE : AB = GE : BC = DG : AC$; но по положенію $DE : AB = EF : BC = DF : AC$; почему по причинѣ общаго содержанія $DE : AB$, будетъ $GE : BC = EF : BC = DG : AC = DF : AC$, а отсюда можно вывести сіи двѣ пропорціи:

$$GE : BC = EF : BC.$$

$$\text{и } DG : AC = DF : AC.$$

И такъ когда оба послѣдующіе члена въ каждой пропорціи равны между собою, то и предыдущіе должны быть также равны; почему GE равно EF и DG равно DF. Слѣд. треугольникъ DGE имѣетъ при бока равные прѣмъ бокамъ порознь треугольника DEF, и (83) онъ равенъ ему; но мы доказали, что треугольникъ DEG подобенъ ABC, слѣд. и DEF подобенъ также ABC.

115. Доказали выше (109) что по проведеніи линіи DI (фиг. 57) параллельно съ бокомъ FL, треугольники ADI и AFL бывающъ подобны; а какъ сія истинна имѣетъ всегда мѣсто, какой бы величины не былъ уголъ А, то изъ сего должно за-

ключишь (фиг. 60), что треугольники AGH , ANI , AIK , AKL подобны треугольникамъ ABC , ACD , ADE , AEF порознь одинъ другому, и слѣдовательно (109) $KL : FE = AK : AE = KI : DE = AI : AD = IH : CD = AH : AC = GH : BC$; и такъ выводя изъ равенства сихъ содержаній одни только шѣ, которыя заключающъ части линѣй GL и BF , получишь $KL : EF = KI : DE = IH : CD = GH : BC$; то есть ежели изъ какой нибудь точки A проведутся къ разнымъ точкамъ прямой линѣи GL многія другія прямыя же, то линѣи сіи пересѣкутъ всякую параллельную съ GL въ той же пропорціи, какъ онѣ пересѣкаютъ GL , то есть на такія части, которыя будутъ содержаться между собою, какъ сходственные имъ части линѣи GL .

116. Показанное предложеніе (101) научаетъ насъ дѣлить данную линѣю на нѣсколько равныхъ частей или на шакія, которыя были бы между собою въ пребуемомъ содержаніи. Положимъ, что линѣю AR (фиг. 56) должно раздѣлить на двѣ части, содержащіяся между собою какъ 7 : 3; проведи изъ точки A подъ произвольнымъ угломъ линѣю AZ неопредѣленной величины и взявъ раствореніе циркуля AB по изволенію же, положи его десять разѣ на AZ ; точку Q , концѣ последней части, соедини съ R линѣею RQ ; по томъ естли изъ точки D , конца третьяго раздѣленія, продолжишь DI параллельную съ RQ , то линѣя AR въ точкѣ I раздѣлится на двѣ части RI и AI въ такомъ содержаніи, какъ 7 : 3; ибо (101 и 102) онѣ находящіяся между собою какъ $DQ : AD$, состоящія изъ 7 и 3 частей.

Отсюда видѣшь можно, что ежели бы дано было раздѣлить линію AR на большее число частей, на примѣръ на 5 такихъ, которыя были бы между собою какъ числа 7, 5, 4, 3, 2; стоило бы только сложить всѣ сѣи числа, которыхъ сумма равняется 21; по томъ растворивъ циркуль произвольно, перенести раствореніе его двѣнадцать одинъ разъ на линію AZ, и провести параллельныя линіи къ QR изъ концовъ 7го, 5, 4, 3, 2 раздѣленія.

Когда содержаніе дано будетъ въ линіяхъ, то въ такомъ случаѣ должно класть всѣ сѣи линіи одну подлѣ другой на линіи AZ.

Изъ сего же явствуетъ, какъ должно поступать при раздѣленіи линіи AB на равныя части.

Но ежели случается части дѣлимой линіи весьма малыя, или самая та линія будетъ мала; по какъ весьма не большая и непримѣнная погрѣшность въ проведеніи параллельныхъ линій имѣетъ великое вліяніе на равность или неравность частей, для сего не бесполезно будетъ предложить здѣсь слѣдующій способъ.

117. fg (Фиг. 64) есть линія, которую требуется раздѣлить на 6 равныхъ частей.

Проведи линію BC неопредѣленной величины, и раствореніемъ циркуля, произвольно взятымъ, положи на ней шесть равныхъ частей: пусть линія BC содержишь въ себѣ сѣи шесть частей; по линіи BC начерпи равносторонной треугольникъ BAC, и изъ верху его A опредѣли на бокахъ AB, и AC части AF и AG равныя fg; проводи FG, которая будетъ равна fg; продолжи наконецъ изъ A ко всѣмъ точкамъ раздѣленія BC прямыя линіи, которыя пересѣкутъ FG въ такомъ же содержаніи, въ какомъ пересѣчена BC.

Ибо когда линіи AF съ AG и AB съ AC равны, то будетъ $AB:AF = AC:AG$; почему AB и AC пересѣчены пропорціонально въ точкахъ F и G; а по сему FG параллельна съ BC и (113) треугольникъ

FAG подобенъ ABC; и такъ треугольникъ FAG равносроронной; FG равна AF и слѣд. линѣи fg ; а какъ FG параллельна съ BC, то обѣ сѣи линѣи (115) должны пересѣчься пропорціоально линѣями, проведенными изъ точки А къ прямой BC.

Предложенное можеть научить, какъ должно дѣлать и раздѣлять масштабъ, которой служитъ къ превращенію большой *фигуры* въ малую; масштабъ въ большемъ употребленіи находится *десятерной*, и вошъ какимъ образомъ соспавляется. На концахъ А и В линѣи АВ (*фиг. 65*), которую требуется раздѣлить на 100 частей, поставъ перпендикуляры AC, BD, на каждомъ изъ нихъ опредѣли десять равныхъ частей произвольной величины; проводи CD положи на АВ и CD по десяти равныхъ частей, по томъ продолжи на косъ поперечныя линѣи, какъ видѣшь можно въ *фигурѣ см* и проч. наконецъ чрезъ точки раздѣленія, соотвѣтствующія линѣямъ СА и BD, проводи прямыя параллельныя линѣи съ АВ, опъ чего АВ раздѣлится на 100 желаемыхъ частей. Ежели угодно взять на пр. 47 такихъ частей, которыхъ АВ содержишь 100; для сего возми на линѣи проходящей чрезъ число 7, часть 7 Н, заключающуюся между СА и поперечною линѣею, которая продолжена къ числу 40, поступаая такимъ же образомъ для всякаго другаго числа.

Въ самой вещи по причинѣ подобія треугольниковъ $C7v$, $CA\kappa$, явствуетъ, что $7v$ содержишь въ себѣ 7 частей такихъ, какихъ $A\kappa$ заключаетъ въ себѣ 10; но какъ vH содержишь въ себѣ 4 разстоянія равныя $A\kappa$, почему цѣлая линѣя $7H$ равна 47 такимъ частямъ, какихъ $A\kappa$ имѣетъ въ себѣ 10, или 47 такихъ, какихъ АВ содержишь 100.

118. По доказанному (102) предложенію можно сыскать къ тремъ даннымъ линѣямъ ab , cd , ef , четвертую пропорціоальную (*фиг. 57*), то есть такую линѣю, которая бы соспавляла четвертый членъ въ Геометрической пропорціи, у которой будущъ преме первыми ab , cd , ef .

Для сего продолживши двѣ неопредѣленной величины прямыя линіи AF и AL подѣ произвольнымъ угломъ, перенеси ab изъ точки A въ D , линію cd изъ A въ F , и равнымъ образомъ ef изъ A въ I ; по томъ соединивъ точки D и I прямою линією DI , проводи изъ точки F линію FL параллельную съ DI , которая опредѣлитъ AL желаемую четвертую пропорціональную линію.

Можно также по силѣ доказаннаго (109) предложить поступать въ семъ случаѣ такимъ образомъ. Возми на линіи AF неопредѣленной величины (фиг. 57) двѣ части AD , AF равныя ab , cd ; и продолживши подѣ какимъ угодно угломъ линію DI равную ef , проводи изъ точки A чрезъ I прямую AIL , которую пересѣки въ L линію FL параллельною съ DI ; сія параллельная будетъ четвертый искомый членъ.

Когда два средніе члена въ пропорціи равны, то четвертый въ такомъ случаѣ называется *третій пропорціональный членъ*, поному что въ сей пропорціи находится только три различные члена. Такимъ образомъ, когда потребуеися сыскать къ двумъ даннымъ линіямъ шретью пропорціональную, чрезъ сіе разумѣть должно, что потребуеися найти четвертый членъ пропорціи, въ которой вторая изъ данныхъ линій занимаетъ мѣсто двухъ среднихъ; почему дѣйствіе оснается поже, какое мы шеперь только показали.

Теорія о пропорціональныхъ линіяхъ и подобіи треугольниковъ служивъ основаніемъ многоразличныхъ дѣйствій въ Геометрической практикѣ. Но мы намѣрены здѣсь показать главнѣйшія, и на первой разѣ будемъ говорить оныхъ только, которыя безъ измѣренія угловъ произведены бытъ могутъ, то есть съ помощію однихъ кольевъ и веревокъ. О прочихъ же изъяснимъ въ Тригонометріи, когда дѣло будетъ итти о инструментахъ, служащихъ къ измѣренію угловъ.

г. е. Положимъ, что надобно было бы навѣсить мостъ на рѣку, и требовалось бы узнать ширину AB сей рѣки (фиг. 66).

ВЪ прямомъ положеніи съ АВ, на разстояніи ВС, которое бы по крайней мѣрѣ равно было на глазомѣрѣ $\frac{1}{3}$ ширины АВ, поставь колѣ С, и вымѣрай ВС. Съ правой или лѣвой стороны ВС и въ произвольномъ положеніи вымѣрай также какое нибудь разстояніе СЕ (лучше ежели оно будетъ длиннѣе). Назначь на СЕ средину D, и опредѣливъ точку F, которая была бы въ прямомъ положеніи какъ съ ВЕ такъ и AD, вымѣрай BF и FE. По томъ опредѣли АВ сею пропорціею $FE - BF : \frac{1}{2} BC = BF : AB$.

Ибо ежели изъ средины D проведется DG параллельная съ АВ, то точка G, гдѣ она пересѣчется съ ВЕ будетъ (102) середина ВЕ, и слѣд. FG будетъ равна FE — BF. Но подобные треугольники FGD и ABF по причинѣ параллельныхъ линій, выводяшъ пропорцію $FG : GD = BF : AB$. Сверхъ же сего ради подобія треугольниковъ EDG и ECV линія DG равна $\frac{1}{2} BC$, понеже ED есть $\frac{1}{2} EC$, почему FG или FE — BF : $\frac{1}{2} BC = BF : AB$.

2 е. Можно также при измѣреніи разстояній употребить и слѣдующее средство: пусть будетъ надобно вымѣрять разстояніе отъ точки В траншеи (фиг. 67), взятой на капишали равелина, до верху угла А крышишаго пушя.

Сдѣлай ВС перпендикулярно къ АВ произвольной величины. Поставь колѣ въ точкѣ Е линіи ВС, такъ чтобъ СЕ была равна ВЕ или была нѣсколько ея часть, на пр. половинная, третья и проч. по томъ пропни линію CD перпендикулярно отъ ВС до тѣхъ поръ, пока конецъ ея D будетъ находиться въ прямомъ положеніи съ точками Е и А. Въ такомъ случаѣ АВ будетъ равна CD, естли ВЕ сдѣлана равна ЕС; и АВ будетъ вдвое или вътрое больше CD, ежели СЕ сдѣлана равна половинѣ или трети ВЕ. Справедливостъ сего явствуетъ изъ подобія треугольниковъ ABE и ECD, поному что CD съ АВ параллельны.

3 е. Для измѣренія неприступнаго разстоянія АВ (фиг. 68).

Выбери точку С такую, откуда бы можно было видѣть два предмета А и В, и поставь шутѣ колѣ. По томѣ показанными способами, или другими подобными имѣ опредѣли длину линій СА и ВС; наконецъ опѣ С на продолженіяхъ сихъ линій поставь колѣя въ D и E, такъ чтобѣ $CD:CE = CA:CB$, (что удобно сдѣлать можно, понеже СА и СВ извѣстны и часть CD можно взять произвольно), и вымѣрай DE; тогда получишь АВ по сей пропорціи $CD:DE = CA:AB$, основанной на подобіи двухъ треугольниковъ САВ и CDE, которые между пропорціональными боками заключаютѣ равный или общій уголѣ (113).

4е. Если нужда потребуетѣ провести на землѣ изъ данной точки С (фиг. 70) параллельную линію къ другѣ неприступной АВ (въ случаѣ когда кромѣ колѣевъ не будетѣ ни какихъ другихъ орудій), то выбравъ произвольно точку D, возьми на AD другую точку E, которая была бы въ прямой линіи съ В и С. Изъ сей точки E проводи параллельную EG къ линіи DB, которая положимѣ будетѣ доступна; по томѣ чрезъ С продолжи параллельно съ AD линію GCF, которая пересѣчетѣ BD въ F; на EG назначь точку H, которая бы находилась въ прямомѣ положеніи съ AF; такимѣ образомѣ линія KCHI, продолженная чрезъ точки H и С, будетѣ требуемая параллельная.

Ибо по причинѣ параллельныхъ FG и AD, треугольники FHG и FAD подобны, и дѣлаютѣ FG или $ED:GH = AD:FD$. По той же причинѣ треугольники ECG и BED дѣлаютѣ EG или $FD:GC = BD:DE$. А какѣ обѣ сіи пропорціи имѣютѣ одинакіе крайніе члены, то произведеніе среднихъ равно будетѣ въ той и другой, слѣд. (Ариѳ. 170) можно вывести изъ сихъ четырехъ чиселъ слѣдующую пропорцію $GC:GH = AD:BD$; и такѣ два треугольника GCH и ABD имѣютѣ по одному равному углу, заключающемуся между пропорціональными боками; ибо по причинѣ чешвероугольника GEDF, у котораго противоположныя стороны равны, уголѣ G равенъ углу D. Почему уголѣ GCH или его противоположенный KCF равенъ углу BAD; и такѣ

когда CF сдѣлана параллельна CB , CD должна не обходимо быти параллельна CB .

5 е. По даннымъ Эполементу батареи (фиг. 69), наружному отверстію HK и внутреннему AB амбразуры, которую нужно вынуть, требуется опредѣлить направленіе стѣронъ HA и KB .

Вообразивъ точку P , въ которой продолженныя стѣроны должны пересѣчься, посылаетъ въ подобныя треугольникамъ HKP и ABP , $HK:AB=HP:AP$. Если же чрезъ середину G и C представимъ умственно линію встрѣда GCP , то въ подобныхъ треугольникахъ HGP и ACP получимъ $HP:AP=GP:CP$, и слѣд. (Ариѳ. 174) $HK=AB:AB=GC:CP$; такимъ образомъ CP будетъ извѣстна, ио есть то количество, которое должно отойти отъ середины отверстія перпендикулярно къ AB , чтобы опредѣлить точку P , которая съ A и B находится въ такомъ положеніи, какое должны имѣть стѣроны HA , BK .

6 е. Тѣмъ же почти способомъ по подобію треугольниковъ можно опредѣлить точку C (фиг. 71), гдѣ линія цѣли должна встрѣтиться съ продолженною осью пушки.

Ядро по тяжести своей лѣтитъ изъ пушки въ томъ направленіи, въ какомъ пущено, такъ что ежели бы линія цѣли была параллельна съ осью орудія, то ядро попадало бы всегда ниже цѣли. Для избѣжанія сего прсмаху, линіи цѣли дается такое наклоненіе, что она встрѣчается съ осью въ расстояніи AC меньшемъ прсгивъ того, на которомъ бы ядро могло соединиться съ продолженною линіею цѣли. А чтобы сыскать сію точку C , то спосибъ только узнать длину AB пушечной оси, заключающуюся между двумя точками цѣли G и H и высоту GA и $HВ$ сихъ двухъ точекъ отъ оси. Тогда въ подобныхъ треугольникахъ GAC и HBC получимъ сію пропорцію $GA:HВ=AC:BC$, а изъ сей (Ариѳ. 174) выведи другую $GA-HВ:HВ=AB:BC$, въ которой все кромѣ BC извѣстно.

*О пропорціональныхъ Линѣяхъ, отно-
сящихся къ Кругу.*

119. Двѣ линѣи называются пересѣчен-
ными въ *возвратномъ* или *взаимномъ* со-
держаніи тогда, когда къ составленію про-
порціи изъ частей сихъ линѣй, двѣ части
одной служатъ крайними членами, а двѣ
части другой средними.

Двѣ линѣи *взаимно пропорціональ-
ныя* къ своимъ частямъ называются шѣ,
изъ которыхъ одна составляетъ съ своею
частью крайніе члены, а другія съ своею
частью средніе члены пропорціи.

120. Двѣ хорды AC и BD (фиг. 72),
*пересѣкающіяся въ кругѣ подѣ какимъ
нибудь угломъ и во всякой точкѣ
Е, пересѣкаются всегда во взаимномъ
содержаніи, то есть что $AE : BE =$
 $DE : CE$.*

Ибо по проведеніи хордъ AB и CD про-
исходятъ два подобные между собою тре-
угольника BEA, CED; понеже сверхъ угла
BEA равнаго CED (20), уголъ ABE или ABD
равенъ углу DCE или DCA, пошому что
имѣютъ верхи свои при окружности и спю-
ятъ на одной дугѣ AD (64). И такъ шре-

угольники BEA и CED подобны (109) и сходственные бока ихъ будутъ пропорціональны, то есть $AE : BE = DE : CE$, тдѣ видѣть можно, что части хорды AC суть крайніе, а части хорды BD средніе члены пропорціи.

121. Какъ доказанное предложеніе имѣетъ мѣсто всегда, какъ бы не была расположена точка E , и подѣ какимъ бы угломъ пересѣкались двѣ хорды AC и BD , слѣд. оно имѣетъ мѣсто и тогда, когда двѣ хорды (фиг. 73) будутъ перпендикулярны одна къ другой, и когда одна изъ нихъ AC на примѣръ проходитъ чрезъ центръ; но какъ въ семъ случаѣ хорда BD пересѣкается на двѣ равныя части (52), то два средніе члена пропорціи $AE : BE = DE : CE$ бываютъ равны, и пропорція можетъ переимѣниться въ сію другую $AE : BE = BE : CE$; почему *всякой перпендикуляръ BE , опущенный изъ какой нибудь точки B окружности на поперешникъ, есть средняя пропорціональная линія между двумя отрѣзками AE и CE того діаметра.*

122. Предложеніе сіе имѣетъ многія полезныя употребленія; но мы на сей разъ покажемъ о.но только, и именно какъ найти между данными двумя линіями ае и ес среднюю пропорціональную (фиг. 74).

Проведши прямую неопредѣленной величины AC , положи на ней части AE , EC равныя линиямъ ae , ec и описавъ на всей AC , какъ на перешникѣ, полкруга ABC , восставъ изъ точки соединенія B перпендикуляръ EB къ AC ; сей перпендикуляръ будетъ желаемая средняя пропорціональная линия.

123. Два секанса AB и AC (фиг. 75), проведенные къ одной точкѣ A внѣ круга, бываютъ всегда взаимно пропорціональны къ наружнымъ своимъ частямъ AD и AE , въ какомъ бы мѣстѣ не находилась точка A , и какой бы тѣ секансы не дѣляли между собою уголъ.

Проведши хорды GD и BE , получишь два треугольника ADC , AEB , въ которыхъ 1е. уголъ A обоемъ общій: 2е. уголъ B равенъ углу C , потому что какъ потѣ, такъ и другой имѣютъ верхъ при окружности, и заключаютъ между боками своими одну дугу DE (64); почему треугольники сіи (109) подобны, и бока ихъ будутъ пропорціональны $AB : AC = AE : AD$; откуда явствуетъ, что секансъ AB съ наружною своею частию AD составляетъ крайніе члены, а секансъ AC съ своею наружною частию AE средніе.

124. Понеже пропорція сія справедлива, какой бы уголъ BAC не былъ; то ежели вообразимъ себѣ, что бокъ AB оспается на

своемъ мѣстѣ, а бокъ АС обращаясь около почки А, будетъ удаляться отъ АВ, въ такомъ случаѣ двѣ почки сѣченія Е и С будутъ безпрестанно сближаться одна съ другою такъ, что наконецъ прямая АС упавши на тангенсъ АГ, сольетъ обѣ сѣи почки въ одну, и АС, АЕ сдѣлаются каждая равна АГ; отъ чего пропорція $AB:AC=AE:AD$ перемѣнится въ слѣдующую другую $AB:AF=AF:AD$; почему *естьли изъ точки А, взятой внѣ круга, проведутся секансъ АС и тангенсъ АГ, то тангенсъ будетъ средняя пропорціональная между секансомъ АС и наружною его частию АЕ.*

125. Предложеніе сіе можетъ между прочими употребленіями служить къ раздѣленію линіи по наружной посредственной пропорціи. Раздѣливъ линію АВ (фиг. 76.) по наружной посредственной пропорціи значимъ пересѣчь ее на двѣ части АС и ВС такія, изъ которыхъ бы одна ВС была средняя пропорціональная между цѣлою АВ и другою частию АС, то есть чѣмбѣ

$$AC:BC=BC:AB$$

Вотъ какъ сіе дѣлается. На какомъ нибудь концѣ на пр. А линіи АВ поставь перпендикуляръ АД равный половинѣ АВ; изъ точки D какъ изъ центра радиусомъ АД опиши окружность, которая пересѣчетъ въ Е линію BD, соединяющую двѣ точки В и D. Наконецъ перенеси BE изъ В въ С, отъ чего линія АВ раздѣлится по наружной посредственной пропорціи въ точкѣ С.

Понеже линія АВ будучи перпендикулярна къ АД есть тангенсъ (49); а какъ ВЕ есть секансъ, то (124) $BF:AB=AB:BE$ или $BC:AB$. Также (Ариѳ. 175) $BF-AB:AB=BC-AB:BC$, но АВ

равна FE , потому что она вдвое больше AD , почему $BF - AB$ равна BE или BC ; а какъ $AB - BC$ равняеся AC , то будетъ содержаться $BC : AC = AB : BC$ или (Ариѳ. 171) $AC : AB = BC : AB$.

О подобныхъ Фигурахъ.

126. Двѣ фигуры одного числа боковъ называются *подобными* тогда, когда у нихъ сходственные углы равны и сходственные бока пропорціональны.

Двѣ фигуры $ABCDE$, $abcde$ (фиг. 77) подобны, естли уголъ A равенъ углу a , уголъ B равенъ углу b , уголъ C равенъ углу c и такъ далѣе; и когда бокъ AB содержитъ бокъ ab столько разъ, сколько BC содержитъ cb , сколько CD содержитъ cd и проч.

Оба сіи допущенія должны непременно находиться вмѣстѣ во всякой фигурѣ, больше прехъ боковъ имѣющей. Но въ треугольникахъ одно изъ нихъ влечетъ за собою по необходимости и другое (109 и 114).

127. Естли въ двухъ подобныхъ многоугольникахъ изъ сходственныхъ угловъ A и a проведутся діагонали AC , AD , ac , ad , къ прочимъ угламъ, то оба тѣ многоугольники раздѣлятся на равное число треугольниковъ, изъ которыхъ каждой подобенъ будетъ каждому.

Ибо уголъ В равенъ (по положенію) углу b и бока $AB: ab = BC: bc$, почему треугольники ABC и abc имѣя по углу равному, заключающемуся между пропорціональными боками, будутъ (113) подобны; слѣд. уголъ BAC равенъ углу bac и $AC: ac = BC: bc$.

Когдажъ отъ равныхъ угловъ BCD , bcd отнять равные BCA , bca , то и оспальныя углы ACD , acd будутъ равны между собою. Но какъ $BC: bc = CD: cd$; почему, понеже доказали что $BC: bc = AC: ac$, и CD будетъ содержаться $DC = AC: ac$; слѣд. треугольники ACD , acd будутъ также подобны, потому что находится у нихъ по одному равному углу между пропорціональными боками. Тоже самое и тѣмъ же образомъ докажется въ треугольникахъ ADE , ade и во всѣхъ другихъ послѣдующихъ, естли многоугольники будутъ состоятъ изъ большаго числа боковъ.

128. *Естли два многоугольника $ABCDE$, $abcde$ будутъ состоятъ изъ одного числа треугольниковъ, порознь между собою подобныхъ и одинаково расположенныхъ, то такіе многоугольники подобны.*

Ибо когда преугольники подобны, то углы В и Е равны углам b и e , и по той же причинѣ частные углы ВСА, АСD, СDА, АDЕ равны частнымъ угламъ bca , acd , cda , ade ; почему и цѣлые углы ВСD, СDЕ равны цѣлымъ bcd , cde каждой порознь каждому. Сверхъ сего подобіе преугольниковъ выводитъ слѣдующія равныя содержанія АВ: $ab = BC : bc = AC : ac = CD : cd = AD : ad = DE : de = AE : ae$, чего для извлекши изъ сихъ содержаній одни только шѣ, которыя заключаютъ бока двухъ многоугольниковъ, получишь АВ: $ab = BC : bc = CD : cd = DE : de = AE : ae$. И такъ многоугольники сіи имѣя при равныхъ углахъ сходственные бока пропорціональные, будутъ подобны.

И такъ, чтобъ сдѣлать фигуру подобную данной другой ABCDE (фиг 77), когда будетъ дана линія за сходственной бокомъ АВ; должно положить сію линію на АВ изъ А въ f , провести съ ВС параллельную fg , которая съ АС пересѣчется въ g ; отъ точки g продолжитъ параллельную съ CD линію, пересѣкающую ED въ h ; наконецъ изъ точки h провести параллельную съ ED, отъ чего произойдетъ многоугольникъ $afgh$ подобной ABCDE

129. Окруженія двухъ подобныхъ фигуръ содержатся между собою, какъ сходственные бока ихъ; то есть что сумма боковъ фигуры ABCDE содержится къ суммѣ боковъ фигуры $abcde$ такъ, какъ бока АВ къ боку ab .

Ибо въ равныхъ содержаніяхъ $AB : ab = BC : bc = CD : cd = DE : de = AE : ae$ сумма предыдущихъ (Ариѳ. 175) содержишя къ суммѣ послѣдующихъ, какъ предыдущій къ своему послѣдующему $AB : ab$; но ясно видѣть можно, что сіи суммы суть окружности шѣхъ фигуръ.

130. Ежели по раздѣленіи окружности круга $ABCDEFGH$ (фиг. 78) на произвольное число равныхъ частей, и по проведеніи изъ центра I къ точкамъ раздѣленія радіусовъ IA , IB и проч. опишется другимъ полупоперешникомъ Ia окружность $abcdefgh$, пересѣкающая шѣ радіусы въ a , b , c , d и проч. то удобно можно видѣть, что, когда въ обѣихъ окружностяхъ соединятся точки раздѣленія хордами, произойдутъ два многоугольника подобные. Ибо преутольники ABI , abi и проч. подобны, попому что у нихъ въ I будетъ по равному углу, заключенному между пропорціональными боками; понеже когда IA равна IB , Ia равна Ib , то $AI : BI = aI : bI$; тоже самое докажется и въ прочихъ преутольникахъ. Изъ сего и изъ сказаннаго (129) слѣдуетъ, что окруженіе многоугольника $ABCDEFGH : abcdefgh = AB : ab$, или (для подобія преутольниковъ ABI , abi) $= AI : aI$. Но какъ подобіе сіе не за-

Часть II. Е

виситѣ отѣ числа боковѣ сихѣ многоуголь-
никовѣ, то оно будетѣ имѣть мѣсто и пог-
да, когда число боковѣ каждаго увеличится
до безконечности; а въ такомѣ случаѣ до-
пустить можно, что окружность круга съ
окруженіемѣ такого, вписаннаго въ немѣ
многоугольника, не будетѣ имѣть почти ни-
какой разности, слѣд. и самыя окружно-
сти круговѣ ABCDEFGH и *abcdefgh* будутѣ
содержаться между собою $= AI : aI$, то есть
какѣ ихѣ радіусы, или какѣ ихѣ діаметры.

131. И такѣ заключимѣ изѣ сего, что
*1 е. окружность круга можно принимать
за правильной многоугольникѣ, изѣ без-
численнаго множества боковѣ состоящій.*

2 е. Круги суть фигуры подобныя.

*3 е. Окружности круговѣ содержатся
между собою, какѣ полупоперешники ихѣ
или поперешники.*

132. И вообще, ежели въ двухѣ подоб-
ныхѣ многоугольникахѣ проведутѣ линіи
равно наклоненныя въ разсужденіи сходст-
венныхѣ ихѣ боковѣ, и будутѣ оканчивашь-
ся въ почкахѣ, одинаково къ тѣмѣ же бокамѣ
расположенныхѣ; то сіи линіи, называемыя
сходственными, будутѣ между собою въ

одинакомъ содержаніи съ двумя сходственными какими нибудь боками многоугольниковъ. Ибо какъ скоро онѣ дѣлаютъ углы равные съ двумя сходственными боками, то онѣ сдѣлаютъ также углы равные и съ прочими двумя боками, понеже углы обоихъ подобныхъ многоугольниковъ равны каждой порознь каждому; но ежели въ случаѣ онѣ не были бы въ одинакомъ содержаніи съ двумя сходственными боками, то удобно понять можно, что точки, въ которыхъ онѣ оканчиваются, не такъ расположены, какъ мы допускаемъ.

ОТДѢЛЕНІЕ ВТОРОЕ.

О Поверхностяхъ.

133. Мы приступаемъ разсматривать теперь свойства вшорато изъ трехъ родовъ объявленнаго пространства, то есть пространства въ длину и ширину.

Мы будемъ разсуждать въ семъ отдѣленіи о *поверхностяхъ плоскихъ*, занимаясь изъясненіемъ однихъ фигуръ, ограниченныхъ прямыми линіями, и о кругѣ.

Мѣра поверхностей состоитъ въ мѣрѣ треугольныхъ или четвероугольныхъ фигуръ.

Четверобочныхъ фигуръ находится три рода, *Четвероугольникъ* просто называемый, *Трапеція* и *Параллелограммъ*.

Четвероугольникъ есть фигура, въ которой нѣтъ ни одного бока параллельнаго съ другимъ, ему противоположеннымъ (*фиг. 83*).

Трапеція есть четвероугольникъ, въ которомъ два бока только параллельны (*фиг. 84*).

Параллелограммъ есть четвероугольникъ, въ которомъ противоположенные бока параллельны (*фиг. 79, 80, 81, 82, 88, 89*), и раздѣляется на четыре рода на *ромбондъ*, *ромбъ*, *прямоугольникъ* и *квадратъ*.

Ромбондъ есть параллелограммъ, въ которомъ смѣжные бока и углы не равны (*фиг. 79*).

Ромбъ есть четвероугольникъ, у котораго бока равны, но углы не равны (*фиг. 80*).

Прямоугольникъ есть тотъ, у котораго всѣ углы равны, но смѣжные бока не равны (*фиг. 81*).

Квадратъ есть четвероугольникъ, у котораго всѣ бока и всѣ углы равны (*фиг. 82*).

Когда въ четвероугольникъ углы равны, то они необходимо должны быть прямые;

потому что четыре угла всякаго чешверо-
угольника, взяшые вмѣстѣ, равняются че-
тыремъ прямымъ угламъ (86).

Перпендикулярная линія ЕФ (фиг. 79),
проведенная между двумя противоположен-
ными боками параллелограмма, называется
высотой его; а бокъ ВС, на которой она
падаетъ, *основаніемъ*.

Высота треугольника АВС (фиг. 85;
86 и 87) есть перпендикуляръ АД, опущенной
изъ угла А на противоположенной бокъ ВС,
иногда продолженной, естли нужда того
требуетъ; а бокъ ВС въ такомъ случаѣ
называется *основаніемъ*.

134. *Прямолинейной треугольникъ,
какой бы впрочемъ не былъ АВС (фиг. 87),
равенъ половинѣ параллелограмма, имѣ-
ющаго съ нимъ одинакое основаніе и оди-
накую высоту.*

Ибо по проведеніи изъ верху угла С
линіи СЕ параллельной съ бокомъ ВА, а
изъ верху угла А ліиіи АЕ параллельной съ
ВС; ліиіи сіи СЕ и АЕ съ боками АВ и ВС
составяшъ параллелограммъ АВСЕ, имѣющій
одно основаніе и одну высоту съ треу-
гольникомъ АВС; но видѣть можно, что тре-
угольники АВС и СЕА равны, потому что
бокъ АС обоимъ общій; сверхъ того углы

ВАС и АСЕ также ВСА и САЕ равны между собою по причинѣ параллельныхъ (38); почему оба шѣ треугольники, имѣя по одному боку* равному, лежащему при двухъ равныхъ углахъ, суть равны между собою; а изъ сего слѣдуетъ, что треугольникъ АВС есть половина параллелограмма АВСЕ.

135. *Параллелограммы ABCD, EBCF (фиг. 88 и 89), имѣющіе одинакое основаніе и одинаковую высоту, равны въ поверхностяхъ или площадяхъ своихъ.*

Оба параллелограммы ABCD, EBCF (фиг. 88) имѣютъ общую часть EBCD; по чему равенство ихъ зависитъ отъ равенства треугольниковъ ABE, DCF; но сіе не трудно доказать, ибо АВ равна CD, также ВЕ равна CF, потому что сіи параллельныя линіи заключаются между параллельнымижъ (82); сверхъ сего уголъ ABE (43) равенъ DCF; почему треугольники сіи, имѣя по углу равному, заключающемуся между двумя равными боками, равны между собою, и параллелограммы ABCD и EBCF будутъ по этому также равны.

Въ фигурѣ 89 доказано будетъ такимъ же образомъ, что два треугольника ABE и DCF равны; а отнявъ отъ каждого треугольникъ DIE, оставшія двѣ трапеціи ABID и EICF

будутъ равны ; наконецъ придавъ къ каждой изъ сихъ трапецій треугольникъ BIC , параллелограммъ $ABCD$ и параллелограммъ $EBCF$, которые изъ того произойдутъ, будутъ равны.

136. Изъ доказаннаго можно заключить также, что *треугольники, имѣющіе одинакое основаніе и одинакую высоту, равны въ площадяхъ своихъ*. Понеже они суть половины параллелограммовъ одного съ ними основанія и одной высоты (134).

137. А изъ сего послѣдняго предложенія слѣдуетъ, что *всякой многоугольникъ можетъ превращенъ быть въ треугольникъ равной съ нимъ поверхности*. На примѣръ пусть будетъ данъ пятиугольникъ $ABCDE$ (фиг. 90); еслии проведемъ въ первыхъ діагональ EC , соединяющая концы двухъ смежныхъ боковъ ED , DC , во вторыхъ DF параллельная съ EC до точки F , гдѣ она пересѣчется съ продолженіемъ бока AE , на послѣдокъ CF ; то изъ того произойдетъ четвероугольникъ $ABCF$ равный въ площади пятиугольнику $ABCDE$; ибо два треугольника ECD , ECF имѣютъ общимъ основаніемъ EC , и сверхъ того заключаюсь между параллельными EC , DF будутъ одинакой высоты; почему они будутъ равны; а когда прибавимъ къ нимъ треугольникъ ABC , то получимъ треугольникъ $ABCF$ равный пятиугольнику $ABCDE$.

вится къ каждому чешвероугольникъ $EABC$, по произойдеши изъ того пшшугольникъ $ABCDE$, равный чешвероугольнику $ABCF$.

Но такимъ же образомъ, какъ превращили мы пшшугольникъ въ чешвероугольникъ, чешвероугольникъ можешъ превращишь-ся въ треугольникъ, и такъ и проч.

О измѣреніи Поверхностей.

138. *Мѣрятъ поверхность* значишь опредѣляшь, сколько такая-то поверхность содержишь въ себѣ другую извѣстную.

Мѣры обыкновенно употребляемыя суть квадраты, а иногда также прямоугольные продолговатые чешвероугольники; почему вымѣряшь поверхность $ABCD$ (*фиг. 91*) есть тоже, что опредѣлишь, сколько она содержишь въ себѣ квадратовъ такихъ какъ $abcd$, или прямоугольниковъ на пр. $abcd$; еслии бокъ ab квадрата $abcd$ былъ бы равенъ фушу, то значишь опредѣлишь, сколько въ поверхности $ABCD$ будетъ находится квадратныхъ фушовъ; когда же бокъ ab прямоугольника $abcd$ былъ бы одного фуша, а бокъ bc трехъ фушовъ, въ такомъ случаѣ опредѣляемъ, сколько поверхность $ABCD$ заключаетъ въ себѣ прямоугольниковъ длиною 3 хъ, а шириною одного фуша.

Дабы вымѣрять въ квадратныхъ частяхъ поверхность прямоугольника $ABCD$, надлежитъ сыскать, сколько разъ бокъ AB содержитъ въ себѣ бокъ ab квадрата $abcd$, долженствующаго служить единицею или мѣрою; также сыскать, сколько бокъ BC содержитъ ab : и по томъ помноживъ сіи два числа одно на другое, произведение почитать за число квадратовъ такихъ, какъ $abcd$, которое помѣстится на поверхности $ABCD$.

На примѣръ ежели AB содержитъ въ себѣ ab четыре раза, и BC содержитъ ab семь разъ; то помножь 7 на 4, произведение 28 означитъ, что прямоугольникъ $ABCD$ вмѣщаетъ въ себѣ 28 квадратовъ $abcd$.

Ибо ежели изъ точекъ раздѣленія E, F, G проведутся параллельныя линіи съ BC , то произойдетъ изъ того четыре равныхъ прямоугольниковъ, изъ которыхъ каждой содержитъ въ себѣ столько квадратовъ $abcd$, сколько находится частей равныхъ ab въ боку BC ; почему, когда возьмешь квадраты, содержащіеся въ одномъ изъ тѣхъ прямоугольниковъ столько разъ, сколько находится прямоугольниковъ, то есть столько разъ, сколько бокъ AB содержитъ въ себѣ ab ; а какъ число квадратовъ, находящихся въ каждомъ прямоугольникѣ, есть одинаковое съ

числомъ частей ВС, то явствуетъ изъ сего, что умноживъ число частей ВС на число частей равныхъ АВ, получишь число квадратовъ такихъ какъ $abcd$, помѣщающихся въ прямоугольникъ ABCD.

Хотя мы предположили въ разсужденіи своемъ, что бока АВ и ВС заключають въ себѣ равное число мѣръ ab ; однакожъ не меньше будетъ справедливо оно и тогда, когда мѣра ab не будетъ въ нихъ содержаться ровно.

На примѣрѣ ежели бокъ ВС заключалъ бы въ себѣ 6 мѣръ съ $\frac{1}{2}$, то каждой прямоугольникъ въ такомъ случаѣ содержанъ будетъ въ себѣ 6 квадратовъ съ $\frac{1}{2}$; а когда бокъ АВ заключалъ бы 3 мѣры съ $\frac{1}{3}$, то не больше будетъ 3 съ $\frac{1}{3}$ такихъ прямоугольниковъ, изъ которыхъ каждой помѣститъ въ себѣ по 6 квадратовъ съ $\frac{1}{2}$; почему должно умножить 6 $\frac{1}{2}$ на 3 $\frac{1}{3}$, то есть число мѣръ ВС на число мѣръ АВ.

Когда же на мѣсто исчисленія поверхности ABCD (фиг. 91) въ частяхъ квадратовъ, требовалось бы узнать ее въ частяхъ прямоугольника $abcd$; то разсужденіе наше показываетъ, что должно вымѣрять АВ въ частяхъ равныхъ ab , а ВС въ частяхъ равныхъ bc , и умножить число частей перваго измѣренія на число частей втораго.

На примѣрѣ ежели бы предложено было въ четверобочной прямоугольной дачѣ длиною 400, а шириною 30 сажень, вычислить, сколько будетъ находиться десятины; то зная мѣру десятины, (которая обыкновенно бываетъ 80 сажень длиннику и 30 поперешнику) видѣть можно, что длинникъ десятины 80 въ длинѣ дачи 400 содержится 5 разѣ, а поперешникъ 30 въ ширинѣ 300 содержится 10 разѣ; почему должно 5 помножить на 10, произведение 50 покажетъ искомое число десятины.

Впрочемъ при измѣреніи поверхности въ частяхъ прямоугольника, можно производить дѣйствіе иначе такъ: вымѣрять ее сперва въ частяхъ квадратныхъ, а по томъ раздѣлить число мѣръ частей на число квадратныхъ мѣръ, содержащихся въ прямоугольникѣ.

139. Какъ (135) прямоугольной параллелограммъ ABCD (фиг. 88 и 89) равенъ всякому параллелограмму косому или наклоненному EBCF, имѣющему съ нимъ одинакое основаніе и одинакую высоту; то слѣдуетъ, что для сысканія площади послѣдняго, надлежитъ умножить число частей основанія его BC, на число частей высоты BA; почему можно вообще сказать, что для сысканія числа квадратныхъ мѣръ, содержащихся въ какомъ нибудь параллелограммѣ ABCD (фиг. 79), должно, вымѣрять основаніе его BC и высоту EF одинакою мѣрою, умножить число мѣръ основанія на число мѣръ высоты.

И такъ изъ сказаннаго (138) явствуетъ, что при исчисленіи площади ABCD (фиг. 91), которое состоитъ въ томъ только, чтобы брать поверхность GBCN или число квадратовъ въ ней содержащихся столько разъ, сколько бокъ GB содержится въ бокъ АВ; множимое число бываетъ дѣйствительно поверхность, а множитель число отвлеченное, показывающее, сколько разъ должно брать множимое.

Однакожъ весьма обыкновенно говорится, что для сисканія площади параллелограмма, должно помножить основаніе его на высоту; сѣе выраженіе должно почитаться за сокращенное, въ которомъ, подразумевается число частей квадратныхъ, помѣщающихся въ основаніи, на число частей высоты. Словомъ не лзя никакъ сказать, что линія помножается линією. Помножать значить брать извѣстное число разъ; такимъ образомъ помножая линію, получишь линію же, а помножая поверхность, не иное можно получишь, какъ поверхность. Поверхность непременно должна состоять изъ поверхностей, хотя и часпо говорится, что параллелограммъ ABCD (фиг. 79) можетъ принятъ быть за площадь, состоящую изъ такого числа равныхъ и параллельныхъ линій съ ВС, сколько находится въ высотѣ EF шочекъ; однакожъ въ семъ случаѣ подразумевается, что сѣи линіи имѣютъ ширину хотя безконечно малую (ибо какое бы множество не было линій, но онѣ безъ ширины не могутъ составить никакой поверхности); а по допущеніи сего каждая изъ нѣхъ линій есть сама по себѣ поверхность, которая будучи взята столько разъ, сколько высота ея содержится въ высотѣ EF, производитъ поверхность ABCD.

Со всѣмъ тѣмъ мы примемъ и сами сѣе выраженіе, *помножать линію на линію*, однакожъ не

будемъ терять изъ виду, что это дѣлается единственно для сокращенія. Итакъ мы будемъ говорить, что произведеніе двухъ лѣнѣй дѣлаетъ поверхность, хотя бы въ самой вещи должно сказать, число частей одной линіи, помноженное на число частей другой, производитъ число квадратовъ частей, содержащихся въ параллелограммѣ, у котораго одна изъ тѣхъ линіи будетъ высокою, а другая основаніемъ.

Для означенія поверхности параллелограмма ABCD (фиг 79) мы будемъ писать $BC \times EF$; въ фигурѣ 81 мы напишемъ $AB \times BC$; а въ фигурѣ 82, которой оба бока AB и BC равны, на мѣсто $AB \times BC$ или

$AB \times AB$ изобразимъ AB^2 ; такимъ образомъ AB^2 будетъ значить линію AB, помноженную на самую себя, или поверхность квадрата, сдѣланнаго на линіи AB; также для означенія линіи AB возвышенной въ кубическую степень, мы будемъ писать AB^3 , и сіе тоже самое будетъ представлять, какъ $AB \times AB \times AB$ или $AB^2 \times AB$.

140. Изъ предложеннаго слѣдуетъ, что, какъ скоро два параллелограмма равны въ площадяхъ, произведеніе одного, произшедшее изъ основанія его, помноженнаго на высоту, будетъ всегда равно произведенію другого изъ основанія, помноженнаго на высоту.

И такъ, когда два параллелограмма равны въ площадяхъ, основанія ихъ будутъ взаимно пропорціональны высотамъ; то есть, что основаніе и высота перваго могутъ приняты быть за крайніе члены пропорціи, а основаніе и высота другаго за средніе; ибо по расположеніи ихъ такимъ образомъ, произведеніе крайнихъ будетъ рав-

но произведенію среднихъ ; а по сему пропорція не обходимо должна быть (*Арие. 170*).

Въ прочемъ изъ сей истины непосредственно заключить должно , что , когда основаніе перваго будетъ на примѣрѣ меньше основанія втораго , высота перваго должна непремѣнно по пропорціи быть больше для того , чтобы вышло одинакое произведеніе.

141. Какъ треугольникъ составляетъ половину параллелограмма одинакаго съ нимъ основанія и одинакой высоты (134) , по слѣдуетъ изъ сказаннаго (139) , что *для сисканія площади треугольника надобно помножить основаніе его на высоту , и взять половину изъ произведенія.*

И такъ , когда высота AD (*Фиг. 85 и 86*) будетъ 34 фуговъ , основаніе BC равно 52 , то площадь сего треугольника будетъ заключать въ себѣ 884 квадратныхъ фуговъ , то есть половину произведенія 52 на 34.

Безполезно , думаю я , было бы доказывать , что произведеніе останеся тоже самое , когда въ треугольникъ основаніе помножится на половину высоты , или высота на половину основанія.

И для превращенія треугольника въ квадратъ одинакой съ нимъ площади ; вопросъ рѣшится (122) , или (Арие. 168) ,

когда за бока квадрата принята будетъ средняя пропорціональная линія между основаніемъ и половиною высотою треугольника ; понеже квадратъ сей средней пропорціональной линіи долженъ равняться (Аріѳ. 168.) произведенію двухъ тѣхъ линій.

Заключимъ изъ сего, что можно превратить всякую фигуру въ квадратъ одинакой съ нею поверхности.

142. И такъ 1е. чтобъ найти площадь трапеціи ; должно сложить два параллельные ея бока, изъ суммы взять половину и умножить на перпендикуляръ, проведенный между параллельными боками трапеціи. Ибо еслии проведешь діогональ BD (фиг. 84), то получишь два треугольника ABD, BDC, у коихъ EF будетъ общемою высотою. Почему для площади треугольника ABD должно помножить половину AD на EF; а для треугольника BDC половину BC на ту же EF; изъ сего явствуетъ, что площадь трапеціи равна половинѣ AD помноженной на EF съ половиною BC помноженной на EF, то есть половинѣ суммы AD и BC, помноженной на EF.

Когда чрезъ середину G линіи AB проводится GH параллельная къ BC, то линія

ГН будетъ представлять половину суммы двухъ линій AD и BC. Пусть будетъ I точка, гдѣ ГН пересѣчетъ діагональ BD, подобные шреугольники BAD, BGI по причинѣ параллельныхъ AD и GI показывающъ, что (109) GI есть половина AD, пошому что BG равна половинѣ AB. Но какъ ГН параллельна съ BC и AD, то DC (102) пересѣчена въ той же пропорціи, какъ AB; такимъ же образомъ докажется, что IH равна половинѣ BC чрезъ сравненіе подобныхъ шреугольниковъ BDC и IDH.

И такъ по силѣ сказаннаго шеперь можно утвердить, что *площадь трапеціи, ABCD равна произведенію высоты ея EF на линію ГН, проведенную въ равномъ разстояніи отъ обоихъ противоположенныхъ параллельныхъ боковъ.*

143. 2е. Дабы найти площадь всякаго многоугольника; должно раздѣлять его на шреугольники линіями, проведенными изъ одной и той же точки ко всѣмъ его угламъ, и вычислить порознь площадь каждаго изъ шреугольниковъ; по шомъ сложивъ всѣ произведенія, сумму почиташъ за площадь многоугольника. Чшобъ имѣть меньше въ многоугольникѣ шреугольниковъ, то должно проводить всегда линіи изъ какого нибудь его угла; смотри фиг. 53.

144. *Естьли многоугольникъ будетъ правильной (фиг. 78); то какъ всѣ бока въ немъ равны, и всѣ перпендикуляры проведенные изъ центра также равны, слѣд. представивъ его составленнымъ изъ треугольниковъ, имѣющихъ верхи свои при центрѣ, получишь площадь его, когда помножишь одинъ изъ боковъ его на половину перпендикуляра, и потомъ произведение сіе умножишь опять на число боковъ; или тоже самое произойдетъ, когда сумму боковъ умножишь на половину перпендикуляра.*

145. Понеже кругъ можно (131) принять за правильной многоугольникъ изъ безчисленнаго множества боковъ состоящей, то должно заключить, что *для сисканія площади круга, надлежитъ помножить окружность на половину полуперешника.*

Ибо перпендикуляръ опущенный на какой нибудь бокъ многоугольника, не имѣетъ разницы съ радіусомъ, когда безчисленное множество будетъ находится въ немъ боковъ.

146. Понеже окружности круговъ содержатся между собою, какъ поперешники ихъ или полупоерешники (131); то явствуетъ, что ежели бы извѣстна была окружность круга извѣстнаго поперешника, можно было бы тогда опредѣлить окружность всякаго другаго круга, котораго данъ былъ бы поперешникъ;

Часть II. Ж

пошому, что сподобило бы только сыскать четвертой пропорціональной членъ въ сей послѣдкѣ: *какъ діаметръ известной окружности къ той же самой окружности, такъ діаметръ искомой окружности содержится къ сей послѣдней окружности.*

Хотя не найдено точное содержаніе поперешника къ окружности; однакожъ находясь довольно близко, такъ что практика не имѣетъ нужды въ точнѣйшихъ.

Архимедъ нашелъ, что кругъ, имѣющій въ поперешникѣ 7 футовъ, будетъ въ окружности своей содержать почти 22 фута. Такимъ образомъ когда потребуется узнать величину окружности круга, коего поперешникъ 20 футовъ, надлежитъ искать (Арх. 169) четвертой членъ пропорціи, въ которой прѣма первыми суть:

$$7 : 22 = 20 :$$

Сей четвертой членъ будетъ почти $62 \frac{5}{7}$, длина окружности круга 20 футовъ въ діаметрѣ. Почти $62 \frac{6}{7}$ говорю я, ибо не меньше кругъ долженъ имѣть 800 футовъ въ поперешникѣ, чтобъ въ окружности его не доставало одного фута. Сверхъ сего употребляя содержаніе 7:22 можно не дѣлать пропорціи; ибо устроивъ поперешникъ и приложивъ къ произведенію седьмую часть того же самаго поперешника, получишь также окружность, потому что $3 \frac{1}{7}$ есть число развѣ, сколько 22 содержитъ въ себѣ 7.

Адріанъ Мецій изобрѣлъ содержаніе вѣрнѣе перваго, то есть 113:355. Сіе содержаніе таково, что развѣ тогда только въ окружности учинится погрѣшность на одинъ футъ, когда діаметръ круга будетъ состоять изъ 35500 футовъ (*). Наконецъ ежели понадбится окружность

(*) Для удобнѣе припомнимъ содержаніе сіе, то надлежитъ замѣтить, что числа его составляющія произойдутъ, когда по написаніи трехъ первыхъ нечетныхъ цифръ, каждой два раза сряду на пр. 113355, раздѣлишь ихъ по шомъ по поламъ.

съ большею точностію, поспоишъ только употре-
бишь слѣдующее содержаніе 1 къ 3, 14 5926535897932,
которое многимъ превосходишъ границы нужды,
какія въ практикѣ могутъ случиться, и въ кото-
ромъ глядя по обозначеніямъ можно убавляшъ
больше или меньше цифръ отъ правой руки. А
какъ сіе содержаніе имѣетъ первымъ членомъ еди-
ницу, то дѣйствіе весьма способно производиться
умноженіемъ числа 3,1415926 на діаметръ круга,
котораго требуется найти окружнсть.

Итакъ не трудно теперь найти площадь дан-
наго круга, по крайней мѣрѣ съ такою исправностію,
которая достаточно удовлетворишъ можешъ во вся-
комъ случаѣ нуждамъ практики.

Еслили потребуется узнать, сколько будетъ
квадратныхъ фузовъ въ площади круга, котораго
діаметръ 20 фузовъ; сыщи какъ было предъ симъ
показано окружнсть, она равняется $62\frac{6}{7}$ фузамъ;
помножь $62\frac{6}{7}$ на половину радіуса 5 (145), и произ-
веденіе $314\frac{2}{7}$ квадратныхъ фузовъ будетъ площадь
даннаго круга.

147. *Секторъ или вырѣзокъ круга* на-
зывается такая поверхность (фиг. 78),
которая заключается между двумя радіуса-
ми ІА, ІВ и дугою АВВ. А *Сегментъ* или
отрѣзокъ есть площадь, содержащаяся ме-
жду дугою АВВ и хордою АВ.

Понеже кругъ можно принять за пра-
вильной многоугольникъ, изъ безчисленнаго
множества боковъ состоящій; то слѣдуешь,
что секторъ круга можно принять за часть
правильнаго многоугольника, а поверхность

его за площадь, состоящую изъ безчисленна-
го множества преугольниковъ, имѣющихъ
верхи свои при центрѣ, а высокою радіусъ.
И такъ, чтобъ *найти площадь сектора*,
должно умножить дугу, служащую ему
основаніемъ, на половину радіуса.

148. Въ разсужденіи же сегмента яв-
ствуешь, что для сысканія площади его,
надлежитъ вычесть площадь треугольника
IAB изъ площади сектора IAVB.

149. Почему видѣть можно, что въ
кругѣ длины дугъ суть пропорціональны
своему числу градусовъ; и слѣд. когда из-
вѣстна будетъ длина окружности, легко
найдемся длина дуги предложеннаго числа
градусовъ по слѣдующей пропорціи: *какъ*
360 градусовъ къ числу градусовъ иско-
мой дуги, такъ длина окружности бу-
детъ содержаться къ длинѣ той самой
дуги.

150. Еслили надобность потребуешь найти пло-
щадь сектора, у котораго извѣстны число градусовъ
и радіусъ; то съиди по показанной пропорціи длину
дуги, которая служитъ основаніемъ тому сектору,
и умножь ее на половину радіуса. Пусть будетъ
дано узнать площадь сектора 32 градусовъ 40 ми-
нутъ въ кругѣ, котораго діаметръ равенъ 20 фу-
тамъ; окружность (146) найдемся $62\frac{2}{3}$ футовъ,
по томъ съиди четвертой членъ въ пропорціи, кото-
рой прѣмь первыми будетъ $360 : 32, 40 = 62\frac{2}{3} : \text{сей}$

четвертый найденный членъ $5\frac{19}{27}$ будетъ длина дуги 32° , $40'$; помножь $5\frac{19}{27}$ на половину радиуса 5, произведение $28\frac{14}{27}$ будетъ равно площади искомага сектора $32^{\circ} 40'$.

О измѣреніи Поверхностей Саженьями.

151. Чрезъ измѣреніе поверхностей саженьями разумѣется способъ, состоящій въ умноженіяхъ, которыя бывають нужны для исчисленія площадей разныхъ фигуръ, когда протяженія ихъ опредѣляются саженьями или частями сажени.

Поверхности исчисляются квадратными саженьями и частями квадратной сажени.

Квадратная сажень заключаетъ въ себѣ 49 квадратныхъ футовъ, потому что она представляется прямоугольникомъ, имѣющимъ по 7 футовъ въ длину и ширину. Квадратной футъ содержитъ 144 квадратныхъ дюймовъ, квадратной дюймъ 100 квадратныхъ линій и проч.

И такъ при исчисленіи площадей въ квадратныхъ сажняхъ и частяхъ квадратной сажени, надлежитъ въпервыхъ привести оба протяженія, слѣдующія къ умноженію, въ самой малѣйшей сортѣ (въ линіи на примѣръ, ежели малѣйшій сортъ данъ будетъ въ линіяхъ); по томъ сдѣлавъ умно-

женіе, приводитъ обратно въ квадратныя дюймы, въ квадратныя футы и наконецъ въ квадратныя сажени чрезъ поперебное дѣленіе на 100, 144 и 49.

На примѣрѣ, чтобъ сыскать площадь прямо-угольника, длиною 3 с 4 ф 8 д, шириною 1 с 2 ф 5 д; дѣлаю какъ слѣдуетъ:

$$\begin{array}{r}
 3 \text{ с } 4 \text{ ф } 8 \text{ д } \text{ составляютъ} \dots\dots\dots 3084 \\
 1 \text{ с } 2 \text{ ф } 5 \text{ д } \dots\dots\dots 113 \\
 \hline
 924 \\
 308 \\
 \hline
 308
 \end{array}$$

Произведеніе представляетъ 34804 квадратныя дюймы

$$\begin{array}{r}
 \text{Дѣлю на 144, и получаю} \dots\dots\dots 34804 \quad \left| \begin{array}{l} 144 \\ 600 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{квал.} \\ \text{футы,} \end{array} \\
 \hline
 244 \\
 \hline
 100
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Дѣлю 241 на 49} \dots\dots\dots 241 \quad \left| \begin{array}{l} 49 \\ 45 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{квал. сажени,} \\ 4 \end{array}
 \end{array}$$

Такимъ образомъ площадь прямоугольника состоитъ изъ 4 сс 45 ф 1 сс 4 д.

152. Понеже въ Фортификаціи при чертѣжѣ плановъ и строеніи крѣпостей употребляется Французская мѣра, и какъ примѣры, находящіеся въ сей Геометріи и Тригонометріи, взяты по большей части изъ той науки: то мы также за нужное почитаемъ, сдѣлавъ сравненіе Французской мѣры съ Россійскою, показать какъ производится исчисленіе площадей въ квадратныхъ шагахъ и квадратныхъ частяхъ

квадратнаго шоаза. Видѣли мы (Ариѳ. 185 въ примѣрѣ II), что Аглицкой футъ къ Французскому содержится какъ 15 къ 16 ; а какъ Россійская сажень содержишь въ себѣ 7 Аглицкихъ футовъ , слѣд. по посылкѣ

$$16 : 15 = 7 :$$

Пойдемъ , что Россійская сажень должна состоять изъ $6\frac{2}{3}$ Французскихъ футовъ , и потому надобно 105 такихъ футовъ , чтобъ составить полныя 16 сажень ; слѣд. сажень къ шоазу будетъ содержаться какъ 105 къ 96 , или $= 35 : 32$; а квадратная сажень къ квадратному шоазу $= 1225 : 1024$.

Измѣреніе площадей въ квадратныхъ шоазахъ и частяхъ квадратнаго шоаза есть двойное. Первое точно такое же , какое мы шеперь только показали , считая квадратными шоазами , квадратными футами , квадратными дюймами и проч.

Квадратной шоазъ содержитъ 36 квадратныхъ футовъ , квадратной футъ 144 квадратныхъ дюймовъ , квадратной дюймъ 144 квадратныхъ линій и такъ далѣе.

На примѣрѣ въ прямоугольникѣ , длиною 2 ш 3 ф 5 д , шириною 1 ш 4 ф 6 д , найду площадь , поступая какъ выше :

$$\begin{array}{r}
 2 \text{ ш } 3 \text{ ф } 54 \text{ составляющѣ} \dots 1854 \\
 0 \quad 4 \quad 6 \quad \dots \quad 54 \\
 \hline
 740 \\
 925
 \end{array}$$

Произведеніе . . . 9990 квадрат. дюймъ.

$$\begin{array}{r}
 \text{Дѣлю на 144 и получаю} \dots 9990 \quad | \quad 144 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 1350 \quad | \quad 69 \text{ квад. футовъ} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 54
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Дѣлю 69 на 36 и получаю} \dots 69 \quad | \quad 36 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 33 \quad | \quad 1 \text{ квадрат. шоазъ.}
 \end{array}$$

Почему площадь состоишѣ изѣ 1 ТТ 33 ФФ 54 дд.

Во второмъ способѣ исчисленія площадей въ квадратныхъ шоазахъ и частяхъ квадратнаго шоаза, представляется квадратной шоазъ состоящимъ изъ шести прямоугольниковъ, изъ которыхъ каждой имѣетъ высоту одинъ шоазъ, а въ основаніи одинъ футъ, и называется потому *шоазъ - футъ*; шоазъ - футъ раздѣляется на 12 частей или прямоугольниковъ, имѣющихъ высоту шоазъ а основаніемъ дюймъ: сіи прямоугольники называются *шоазы - дюймы*; шоазъ - дюймъ раздѣляется опять на другія 12 частей или прямоугольниковъ, которые содержатъ въ высотѣ шоазъ, а въ основаніи линѣю, и называются *шоазы - линѣи*. Словомъ шоазъ представляется дѣлющимся безпрестанно на прямоугольники, которые вообще имѣютъ всѣ шоазъ высотой, а футъ или дюймъ, или линѣю, или кру-

пуль основаніемъ. Раздѣленія сіи, простирающіяся далѣе скрупуловъ, означаются на подобіе минутъ, секундъ, перцій и прочъ пою только опшмѣною, что здѣсь знаки сіи предшесствуюмы бывають Т,

И такъ при исчисленіи площадей надлежитъ, умножая части двухъ линій, принимають поазы множимаго за квадратные поазы, фуцы за поазы-фуцы, дюймы за поазы-дюймы и такъ далѣе; чтожъ касается до множишеля, по его должно представлять всегда за шакое число, сколько разъ должно взять множимое.

Изъ сего замѣчанія явствуетъ, что прирѣшеніи должно поступать по показаннымъ въ Ариеметикѣ правиламъ, въ отглавленіи о умноженіи разнородныхъ чиселъ.

П Р И М Ъ Р Ъ.

Требуется сыскашь площадь прямоугольника длиною 52 Т 4 Ф 5 л, а шириною 44 Т 4 Ф 8 л.

Принимаю 52 Т 4 Ф 5 л за 52 ТТ 4 ТФ 5 Тл, а множишеля за число опвлеченное, и произвожу дѣйствіе какъ слѣдуетъ.

	52 ТТ	4 ТФ	5 Тл			
	44 Т	4 Ф	8 л			
	<hr/>					
	208 ТТ	0 ТФ	0 Тл	0 Тл	0 Те	
	408					
За 3 ТФ	...	22				
За 1 ТФ	...	7	2			
За 4 Тл	...	2	2	8		
За 1 Тл	...	0	3	8		

За 3Ф	26	2	2	6	
За 1Ф	8	4	8	10	
За 4А	2	5	6	11	4
За 4А	2	5	6	11	4
<hr/>		2361 ТТ	2ТФ	5ТД	2Тл 8Тс

153. По исчисленіи такимъ образомъ площади въ квадратныхъ тоазахъ, тоазахъ-фусахъ, тоазахъ-дюймахъ и проч. не трудно также узнать величину ея и въ квадратныхъ тоазахъ, квадратныхъ фусахъ, квадратныхъ дюймахъ и проч. Споймишь только для сего подѣ частями тоаза, начиная съ тоазовъ-фузовъ, подписать попеременно числа 6 и $\frac{1}{2}$, какъ явствуется ниже; помножить каждую часть на число подѣ ей стоящее, и поставишь произведение двухъ рядовъ находящихся чиселъ 6 и $\frac{1}{2}$ въ одинъ столпцъ; когда помножая на половину, случится въ остаткѣ 1, то на мѣсто его должно написать 72 подѣ множителемъ $\frac{1}{2}$, и приступишь къ другому столпцу.

И такъ, дабы привести части найденнаго выше произведенія въ квадратные тоазы, квадратные фузы, квадратные дюймы и проч. пишу.

2361 ТТ	2ТФ	5ТД	2Тл	8Тс
	6	$\frac{1}{2}$	6	$\frac{1}{2}$
<hr/>				
2361 ТТ	12ФФ	72АА		
	2	12		
		4		
<hr/>				
2361 ТТ	14ФФ	88АА		

И умножаю шоазы - фушы на 6, потому что въ шоазѣ - фушѣ (понеже онѣ имѣютъ основаніемъ фушѣ, а вышнюю шоазѣ) заключается 6 квадратныхъ фушовъ. Умножаю шоазы - дюймы на $\frac{1}{2}$, и подношу 2 двѣе, произшедшее отъ сего умноженія, подѣляю на квадратные фушы, потому что шоазъ - дюймъ равняется 12 шой части шоаза - фуша, долженъ составлять 12 шую часть 6 квадратныхъ фушовъ, шо есть половиу квадратнаго фуша; почему 5 шоазовъ - дюймовъ составляютъ $2\frac{1}{2}$ квадратныхъ фушовъ; а какъ $\frac{1}{2}$ квадратнаго фуша равна 72 квадратнымъ дюймамъ, шо на мѣсто половины пишу 72; напоследокъ для приведенія шоазовъ - линѣй, умножаю ихъ на 6, потому что шоазъ - линѣя равняется 12 шой части шоаза - дюйма, должна составлять 12 шую часть 72 квадратныхъ дюймовъ, шо есть 6 квадратныхъ дюймовъ; подобнымъ образомъ докажется, что должно умножать и послѣдующія части на $\frac{1}{2}$ по томъ на 6 и проч, какъ мы уже объявили.

154. И обратно, ежели пожелаешь привести квадратныя части квадратнаго шоаза въ шоазы - фушы, въ шоазы - дюймы и проч. поступай такъ.

1 е. Возми 6 шую часть изъ квадратныхъ фушовъ, частное покажетъ шоазы - фушы; 2 е. удвой остатокъ, ежели онъ случится, и прибавь единицу, когда число квадратныхъ дюймовъ равно или превосходитъ 72, чрезъ что получишь шоазы - дюймы; 3 е. вычпи 72 изъ числа квадратныхъ дюймовъ, когда оно превосходитъ 72 и раздѣли остатокъ на 6, въ частномъ получишь шоазы - линѣи; 4 е. удвой опять остатокъ, ежели

онѣ случится послѣ сего послѣдняго дѣленія, и прибавь единицу, когда число квадратныхъ линій превосходитъ 72, чрезъ что получишь число шоазовъ - скрупуловъ. Послѣ сего не шрудно понять, какъ должно продолжатъ дѣйствіе, чтобъ получить послѣдующія части, ежели только оныя будутъ находиться.

Такимъ образомъ когда предложено было бы привести 52 ТТ 25 ФФ 87 дд 92 лл въ шоазы - фуфы, въ шоазы - дюймы и проч. стану дѣлить 25 на 6, и получу въ частномъ 4 ТФ, а въ остаткѣ 1; удвою сей 1, и къ произведенію прибавлю единицу, по тому что число квадратныхъ дюймовъ превосходитъ 72, отъ чего выденъ 3 Тд. Вычту 72 изъ 87, и раздѣлю остатокъ 15 на 6; въ частномъ получу 2 Тл, а въ остаткѣ 3. Удвою сей остатокъ, и приложу къ произведенію единицу, по тому что число квадратныхъ линій превосходитъ 72, получу 7 Тс; вычту 72 изъ 92, и раздѣлю остатокъ 20 на 6; въ частномъ получу 3 Т', въ остаткѣ 2; удвою сей остатокъ, и получу 4 Т'', такъ что всего выденъ 52 ТТ 4 ТФ 3 Тд 2 Тл 7 Тс 3 Т' 4 Т''.

155. Поелику чтобъ сыскать площадь параллелограмма, надлежитъ умножить число частей основанія его на число частей высоты; по слѣдуетъ (Арие. 67), что зная площадь и число частей высоты или основанія, когда пожелаешь найти основаніе или высоту, надлежитъ раздѣлить число изображающее площадь, на число изображающее какое нибудь изъ двухъ извѣстныхъ прозяженій. Совсѣмъ шѣмъ должно твердо

помнишь, что площадь и въ семъ случаѣ не дѣлится на линію, попому что дѣленіе площади на линію также не сообразно, какъ и умноженіе линіи на линію. Въ самой же вещи площадь дѣлится на площадь.

Ибо по объявленному (139) при исчисленіи площади прямоугольника ABCD (фиг. 91) мы не иное что дѣлаемъ, какъ повторяемъ площадь прямоугольника ED имѣющаго равное съ тѣмъ основаніе, а высоту единицу или начальную мѣру AE, повторяемъ говорю я, площадь сего прямоугольника столько разъ, сколько высота его AE содержится въ высотѣ AB; почему желая узнать число частей AB, или число единицъ AE, содержащихся въ той высотѣ, надлежитъ сыскать сколько разъ поверхность ABCD содержитъ площадь прямоугольника ED. Пусть на примѣръ площадь ABCD изображена была бы 361 ТТ 2 Тф 5 Тд 2 Тл 8 Тс, а основаніе AD 4 Т 3 Ф 64; но дабы узнать высоту AB, надлежитъ предсавивъ себѣ, что 361 ТТ 2 Тф и проч. слѣдуетъ дѣлится не на 4 Т 3 Ф 64, но на 4 ТТ 3 Тф 6 Тд; а какъ въ семъ случаѣ шозъ есть общій производитель какъ дѣлимаго, такъ и дѣлителя, шогъ ради частное должно произойти такое же, какъ бы дѣлишель и дѣлимое означали шозы и части шоза линійными. И такъ вопросъ рѣшится раздѣленіемъ 361 ТТ 2 Тф и проч. на 4 Т 3 Ф и проч. почитая какъ дѣлимое, такъ и дѣлишель за линійные шозы, и слѣд. за числа одного рода; а какъ по свойству вопроса частное должно быть такогожъ рода, то есть изображать шозы и части шоза линійными, почему дѣленіе совершится по тѣмъ точно правиламъ, которыя были предписаны. (Аріот. 120 и 122).

Еслили площадь дана будетъ въ квадратныхъ шозахъ и квадратныхъ частяхъ квадратнаго шоза, то для большой удобности и просвѣтлѣшаго значенія должно привести тѣ части въ шозы - фуры, шозы - дюймы и проч. по показанному (154) спосо-

бу, послѣ чего производишь дѣйствіе какъ въ предѣ-
идущемъ примѣрѣ. На примѣрѣ, когдабы спрашива-
лось сыскать высоту параллелограмма или прямоуголь-
ника, котораго основаніе дано 2 Т 5 Ф, а площадь
120 ТТ 29 ФФ 54 дд; по приведеніи (154) сей пло-
щади въ 120 ТТ 4 ТФ 10 Тд 9 Тд, вопросъ рѣшит-
ся, когда 120 ТТ 4 ТФ 10 Тд 9 Тд раздѣлишь на 2 Т
5 Ф; ошѣ чего по изъясненному правилу (Арне 120
и 122) выдешѣ въ частномъ 42 Т 3 Ф 10 д 1 ^д ¹³/₁₇.

Сей второй способъ, употребляемый
Французами для исчисленія площадей, можно
бы приновить къ Россійской мѣрѣ; но
какъ со всякою новосцію должно поступать
оспорожно, по и предоставляется на волю
каждаго, а особливо учащаго.

Когда же площадь и основаніе или высота
будутъ даны въ саженьяхъ, и потребуется сы-
скать высоту или основаніе; въ такомъ случаѣ
надлежитъ привести квадратную мѣру пло-
щади въ малѣйшій сорпъ квадратной мѣры, на
примѣрѣ въ квадратные дюймы, квадратныя
лини и проч. глядя попому, какъ производ-
ство рѣшенія того требуетъ, и мѣру основа-
нія или высоты въ такой же сорпъ линейной
мѣры; по помѣ раздѣлишь приведенную та-
кимъ образомъ квадратную мѣру площади
на линейную основанія или высоты, частное
покажетъ линейную мѣру высоты или осно-
ванія.

На примѣрѣ: положимъ, что площадь прямо-
угольника дана 4 сс 45 фф 100 дд, а длина его 3 с 4 ф
84; нахожу высоту такъ:

$$\begin{array}{r} 4 \text{ сс}, 45 \text{ фф} 100 \text{ дд} \quad 34804 \text{ дд} \\ 3 \text{ с} \quad 4 \text{ ф} \quad 84, \quad 308 \text{ л} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 34804 & 308 \\ \hline & 113 \text{ д} \end{array}$$

Почему высотой прямоугольника сего будетъ
113 д, или по приведеніи 1 с 2 ф 5 д.

О сравненіи Поверхностей.

156. Площади параллелограммовъ
содержатся между собою вообще, какъ
произведеніе основаній ихъ на высоты.

То есть, что площадь одного параллело-
грамма содержитъ въ себѣ площадь другого
параллелограмма столько разъ, сколько про-
изведеніе основанія перваго на высоту его
содержитъ произведеніе основанія втораго на
высоту его.

Истина сего явствуетъ, что всякой
параллелограммъ равенъ произведенію основа-
нія своего на высоту.

Изъ сего легко заключить можно, что
два параллелограмма одной высоты на-
ходятся между собою, какъ ихъ основа-
нія; а тѣ которые будутъ имѣть оди-
накое основаніе, находятся между со-
бою, какъ ихъ высоты. Ибо содержаніе

произведеній не перемѣняется по уничтоженіи въ каждомъ общаго множишеля. (Ариѳ. 160).

157. По извѣстному (145) площадь круга равна площади такого шреугольника, кошорой будетъ имѣть основаніемъ окружность его, а высокою полуперешникъ; и слѣд. равна площади такого прямоугольника, у кошораго будетъ онованіемъ половина окружности, а высокою пошъ же полуперешникъ. И такъ, когда сравнится сей прямоугольникъ съ квадратамъ полуперешника, кошорой съ нимъ есть одной высоты; то слѣдуетъ по необходимости (156), что *квадратъ полуперешника къ площади круга содержится такъ, какъ тотъ же полуперешникъ къ половинѣ окружности*. Такимъ образомъ, чтобъ получить площадь круга, должно помножить квадратъ полуперешника на содержаніе половины окружности къ радіусу, или цѣлой окружности къ діаметру.

Почему въ данномъ (146) примѣрѣ, умножая 100, квадратъ радіуса 10ши на $\frac{22}{7}$, и произведеніе $\frac{2200}{7}$ или $314\frac{2}{7}$ квадратныхъ фушовъ, дѣлаешъ площадь круга 20 фушовъ въ діаметрѣ.

158. Понеже шреугольники суть (134) половины параллелограммовъ одной съ ними высоты и одного основанія, то должно за-

ключишь также, что *треугольники одина-*
кой высоты находятся между собою,
какъ ихъ основанія; тѣже, у которыхъ
будетъ одинакое основаніе, содержатся
какъ ихъ высоты.

159. *Площади подобныхъ паралле-*
лограммовъ или треугольниковъ содер-
жатся, какъ квадраты сходственныхъ
боковъ ихъ.

Ибо площади двухъ параллелограммовъ
ABCD и *abcd* (фиг. 92) находятся между
собою (156) какъ произведенія основаній ихъ
на высоты, то есть, ABCD: *abcd* = BC×
AE: *bc*×*ae*. Но какъ параллелограммы ABCD и
abcd подобны, то и треугольники AEB и *aeb*
будутъ подобны, пошому что сверхъ пря-
маго угла при E и e, они имѣютъ уголъ B
равной углу *b*; слѣд. (109) будетъ AE:
ae = AB: *ab*. При томъ для подобія паралле-
лограммовъ,

$$BC:bc = AB:ab.$$

И помноживъ обѣ сіи пропорціи (Арх.
180) получишь BC×AE: *bc*×*ae* = \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2 ;
почему ABCD: *abcd* = \overline{AB}^2 : \overline{ab}^2 .

160. Что касается до подобныхъ треу-
гольниковъ, то нѣтъ никакого сомнѣнія,

Часть II.

чтобъ они не имѣли того же самого свойства ,
потому что они суть половины параллелограм-
мовъ одинакаго съ ними основанія и одина-
кой высоты.

*161. Вообще площади двухъ всякихъ
подобныхъ фигуръ содержатся между со-
бою , какъ квадраты сходственныхъ ихъ
боковъ или линій.*

Ибо поверхности двухъ подобныхъ фи-
гуръ можно принимая всегда за площади ,
состоящія изъ одного числа подобныхъ ме-
жду собою треугольниковъ ; и такъ пло-
щадь каждаго треугольника первой фигуры ,
будетъ къ площади соотвѣтствующаго ему
треугольника во второй фигурѣ , какъ квад-
ратъ какого нибудь бока перваго треуголь-
ника къ квадрату соотвѣтствующаго ему
бока во второмъ треугольникѣ (160) ; а
какъ всѣ сходственные бока двухъ по-
добныхъ фигуръ находятся въ одинакомъ
содержаніи и квадраты ихъ должны быть
также въ равномъ содержаніи , то явствуетъ
(Арие. 181) , что каждый треугольникъ
перваго многоугольника будетъ къ треуголь-
нику , соотвѣтствующему ему во второмъ
многоугольникѣ , какъ квадратъ какого ни-
будь бока перваго многоугольника къ квад-
рату сходственнаго бока другаго ; на-

послѣдокъ (Аріѳ. 176) и сумма всѣхъ треугольниковъ перваго многоугольника, къ суммѣ всѣхъ треугольниковъ втораго, или площадь перваго къ площади втораго будетъ находится въ одинакомъ содержаніи.

162. *Площади круговъ содержатся между собою, какъ квадраты полупоперешниковъ ихъ или цѣлыхъ поперешниковъ.*

Ибо круги суть фигуры подобныя (131), а полупоперешники ихъ и поперешники линейнѣи сходственныя.

Должно заключить тоже самое о секторахъ и сегментахъ одного числа градусовъ.

Изъ сего видѣть можно, что площади подобныхъ фигуръ не имѣютъ одинакаго содержанія съ ихъ окруженіями; ибо окруженія находятся въ простомъ содержаніи боковъ (129), то есть, когда въ двухъ подобныхъ фигурахъ, боковъ одной будетъ вдвое, втрое, вчетверо и *проч.* больше сходственного ему бока другой, то и окруженіе первой будетъ вдвое, втрое, вчетверо и *проч.* больше окруженія послѣдней; но въ поверхностяхъ происходитъ совсѣмъ другое содержаніе, потому что площадь первой

фигуры будетъ уже въ 4, 9, 16 разъ больше площади другой.

163. Если бы понадобилось сдѣлать фигуру, подобную другой, и коюрой площадь находилась къ площади первой въ данномъ содержаніи, на примѣръ какъ 2:3; то не должно дѣлать сходственныхъ ей боковъ въ содержаніи 2:3, поному что въ такомъ случаѣ площади ихъ будутъ между собою какъ 4:9; но должно сдѣлать бока ея такой величины, чтобъ квадраты ихъ были между собою какъ 2:3; то есть положивъ, что бокъ первой данъ 50 футовъ, должно для сходственного ему бока требуемой фигуры \propto , найти четвертой членъ въ пропорціи, коюрой премо первыми будутъ $3:2 = 50$ или 50×50 : сей четвертой членъ найдется $166\frac{2}{3}$, и будетъ квадратъ искомаго бока; чего ради извлеки изъ сего числа квадратной корень, получишь близу 40 ф, 824 за величину желаемого бока. А когда найдется бокъ фигуры, то не трудно уже сдѣлать ее послѣ по предложенному способу (128).

Сей же самой способъ можетъ употребленъ быть къ опредѣленію полуперешника круга, котораго будетъ дана площадь.

Возми какое угодно число за полуперешникъ круга, и сыщи по показанному (145) площадь его. По томъ посылай сію пропорцію: какъ найденная площадь круга къ площади требуемаго, такъ всадратъ полуперешника перваго круга къ квадрату полуперешника втораго..

Можно найти также полуперешникъ по данному правилу (157).

164. Если на каждомъ боку АВ; ВС, АС, всякаго прямоугольнаго треугольника АВС (фиг. 93) сдѣланы будутъ ква-

драты BEFA, BGHC, AILC; то квадратъ гипотенузы будетъ равенъ суммѣ двухъ прочихъ.

Опустивъ изъ прямого угла В на гипотенузу АС перпендикуляръ BD, получишь два треугольника BDA, BDC, изъ которыхъ каждой будетъ подобенъ треугольнику ABC (112); и слѣдовательно площади сихъ трехъ треугольниковъ будутъ находиться между собою, какъ квадраты сходственныхъ ихъ боковъ; то есть $ABD : AB^2 = BDC : BC^2 = ABC : AC^2$ или $ABD : ABEF = BDC : BGHC = ABC : AILC$; почему (Ариѳ. 176) $ABD + BDC : ABEF + BGHC = ABC : AILC$. Но явствуетъ, что ABC равенъ двумъ частямъ своимъ ABD + BDC; слѣд. и AILC равенъ ABEF + BGHC, что также можно изобразить иначе $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

165. Какъ квадратъ гипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ двухъ прочихъ боковъ прямого угла, то заключимъ, что квадратъ одного какого нибудь бока прямого угла равняется квадрату гипотенузы безъ квадрата другого бока; то есть, $BC^2 = AC^2 - AB^2$, и $AB^2 = AC^2 - BC^2$.

166. И такъ, когда два бока въ прямоугольномъ треугольникѣ извѣстны, можно всегда найти третій.

Пусть для примѣра требовалось бы узнать длину внутренняго скампа вала, имѣющаго 18 футовъ въ основаніи, и 12 футовъ высоты.

Складываю квадратъ 18 ши	324
съ квадратомъ 12 ши	144
Сумма	468

есть квадратъ длины скампа, коего корень 21,6 будетъ искомая длина.

Положимъ для вѣснораго примѣру, что А (фиг. 94) представляетъ камеру подкеса, съ кторою галлерей ДВ сообщается чрезъ колыно ВА 9 ши футовъ. По томъ предположивъ, что дѣйствіе пороха простирается во всѣ стороны на 25 футовъ, спрашивается опредѣлить часть въ галлерей ВС, которую должно завалить, чтобъ она противустояла силѣ равно съ прочею землею.

Явствуетъ, что галлерей должно завалить на такое разстояніе ВС, чтобъ АС была равна 25 ши футамъ; а какъ ВС есть бокъ прямоугольнаго треугольника, то и найдется слѣдующимъ образомъ:

Изъ квадрата 25 ши.	625
Вычитаю квадратъ 9 ши.	81
Остатокъ	544

равенъ квадрату ВС, и его корень 23,3 прости длины, коюфую долженъ имѣть ВС.

167. Можно также по свойству квадрата гипотенузы прочесть перпендикуляръ къ прямой линіи въ данную точку.

Пусть для примѣра на продолженіи ЕА фаса бастиона (фиг. 95.) надобно сдѣлать баширею перпендикулярно въ точкѣ А. Сдѣлай изъ веревки пре-

угольникъ ABC , котораго бы, естли AB возмешь въ 3 фуза на примѣрѣ, бокъ AC былъ 4хъ, а BC 5 фузовъ, опъ чего AC произойдетъ перпендикулярна къ BA ; ибо квадратъ 5 равенъ квадрату 4 съ квадратомъ 3.

168. Какъ квадратъ гипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ прочихъ двухъ боковъ прямого угла, по слѣдуетъ, что ежели прямоугольной треугольникъ будетъ равнобедренной, какъ-то бываетъ на пр. въ квадратѣ, когда проведенъ діагональ AC (фиг. 96.), квадратъ гипотенузы будетъ тогда вдвое больше квадрата каждаго изъ прочихъ двухъ боковъ: почему площадь квадрата содержится къ площади квадрата діагонали его, какъ 1 къ 2; и (Ариф. 182) бокъ квадрата къ діагонали будетъ, какъ 1 къ квадратному корню изъ 2; а какъ сей корень не можеть быть извлеченъ совершенно въ числахъ, то явствуетъ, что не можно узнать почтеннаго содержанія въ числахъ между бокомъ квадрата и его діагоналю, по естъ, что діагональ остается не соизмѣрима или не имѣетъ никакой общей мѣры съ бокомъ его.

169. Показанное (164) свойство прехъ боковъ прямоугольнаго треугольника не только относится къ однимъ квадратамъ сихъ боковъ; но вообще, ежели на трехъ бокахъ всякаго прямоугольнаго треугольника начертятся какія нибудь подобныя фигуры, на пр. три треугольника, три круга и проч. то фигура сдѣланная на гипотенузѣ равна будетъ суммѣ подобныхъ ей фигуръ, начерченныхъ на двухъ прочихъ бокахъ.

Сие доказываеися такимъ же образомъ, какъ въ квадратахъ, выводя заключеніе изъ

той истины (161), что площади подобных фигуръ содержащяся, какъ квадраты сходственныхъ ихъ боковъ.

170. По сей же причинѣ и площадь всякой фигуры, сдѣланной на боку прямого угла равняется разности двухъ подобныхъ ей фигуръ, начерченныхъ на гипотенузѣ и другомъ боку прямого угла.

171. Въ доказательствѣ (164) видѣли мы, что подобіе треугольниковъ ABC, ADB, CDB (фиг. 93) производилъ $ABC : \overline{AC}^2 = ABD : \overline{AB}^2 = BDC : \overline{BC}^2$, или также $ABC : ADB : BDC = \overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2$; но какъ треугольники ABC, ABD, BDC будучи всѣ одной высоты, содержащяся между собою какъ ихъ основанія (158), то есть $ABC : ADB : BDC = AC : AD : DC$; почему и $\overline{AC}^2 : \overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 = AC : AD : DC$; и такъ квадратъ гипотенузы къ квадратамъ двухъ прочихъ боковъ содержится такъ, какъ гипотенуза къ сходственнымъ отрезкамъ.

172. Изъ сего можно вывести способъ дѣлать по посредствомъ линій, что мы дѣлали прежде въ числахъ (163); то есть начертивъ фигуру подобную данной другой, которой бы площадь находилась къ площади послѣдней въ предложенномъ содержаніи.

Проведи (фиг. 97.) линію не опредѣленной величины DE, на которой положи двѣ части DP и PE такія, чтобъ DP содержалась къ PE, какъ площадь данной фигуры должна быть къ площади искомой, то есть $\equiv 3:2$, еслили надобно имѣть такую, которая была бы равна $\frac{2}{3}$ предложенной. На DE какъ поперешникъ опиши полкруга DBE, и поставивши въ точкѣ Р перпендикуляръ РВ, проводи изъ точки В, въ которой онъ пересѣчетъ окружность, къ концамъ поперешника хорды DB и BE. На DB возьми часть ВА равную боку АВ данной фигуры, и проводи АС параллельную съ DE, получишь ВС за сходственной бокъ искомой фигуры, которую послѣ начерти, какъ было показано (128). Вошѣ тому причина: поелику площадь данной фигуры должна содержаться къ площади искомой какъ квадратъ бока АВ находишься къ квадрату искомага бока, которой назовемъ κ , то есть $\equiv \overline{AB}^2 : \kappa$; но спрашиваемся также чтобъ сіи поверхности были одна къ другой $\equiv 3:2$, то должно, чтобъ $\overline{AB}^2 : \kappa \equiv 3:2$; а какъ $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 \equiv \overline{BD}^2 : \overline{BE}^2$, то и (Арие. 181.) $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 \equiv \overline{BD}^2 : \overline{BE}^2$; треугольникъ DBE есть прямоугольной, слѣд. (171) $\overline{BD}^2 : \overline{BE}^2 \equiv \overline{DP}^2 : \overline{PE}^2$, то есть $\equiv 3:2$; равнымъ образомъ и $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 \equiv 3:2$, а какъ $\overline{AB}^2 : \overline{BC}^2 \equiv \overline{AB}^2 : \kappa$; слѣд. κ долженъ быть равенъ \overline{BC}^2 .

173. Слѣдуетъ еще изъ сказаннаго (171) и то, что квадраты хордъ АС, АД и проч. проведенныхъ отъ конца поперешника АВ (фиг. 98), содержатся между собою какъ части АР, АО, которыя отсѣкаются на поперешникѣ перпендикулярами, опущенными изъ концовъ тѣхъ хордъ.

Ибо по проведеніи хорды BC и BD, будетъ (171) въ прямоугольномъ треугольникѣ ACB,

$$\overline{AB}^2 : \overline{AC}^2 = \overline{AB} : \overline{AP}$$

А въ прямоугольномъ треугольникѣ ADB,

$$\overline{AD}^2 : \overline{AB}^2 = \overline{AO} : \overline{AB}.$$

$$\text{Почему } \overline{AD}^2 : \overline{AC}^2 = \overline{AO} : \overline{AP}.$$

О Плоскостяхъ.

174. Показавъ мѣру и содержаніе плоскихъ поверхностей, остается еще намъ, прежде нежели приступимъ къ шѣламъ, разсмотримъ свойства прямыхъ линій въ различныхъ ихъ положеніяхъ опносительно къ плоскостямъ, равно какъ и свойства плоскостей въ разныхъ положеніяхъ ихъ между собою.

Мы не полагаемъ плоскостямъ никакой величины и никакой опредѣленной фигуры, представляемъ ихъ безпредѣльно во всѣ стороны простирающимися, и даемъ имъ фигуры единственно для облегченія воображенія.

175. Прямая линія не можетъ быть въ одномъ мѣстѣ на плоскости, а въ другомъ выше или ниже ея.

Ибо плоскость есть такая поверхность, къ которой (5) прямая линия прилагается всѣми своими частями.

176. Тоже самое должно заключить и о плоскости, которая положена будетъ на другую.

Ибо въ противномъ случаѣ прямая линия, проведенная въ одномъ общемъ мѣстѣ двухъ плоскостямъ, будучи продолжена неопредѣленно какъ въ той такъ и другой, нашлась бы опчаспи въ какой нибудь плоскости выше, а опчаспи ниже, чего одинаковъ не можетъ случиться (175).

177. Двѣ линіи АВ, CD (фиг. 99), пересѣкающіяся между собою, находятся въ одной плоскости.

Ибо явствуется, что плоскость, приложенная къ одной линіи АВ, касаться должна неминуюемо и всякой точкѣ, произвольно взятой на другой линіи CD; когда же точка сѣченія Е, такъ какъ принадлежащая АВ, находится въ той же самой плоскости, почему CD имѣетъ уже двѣ точки на той плоскости; слѣд. она вся въ плоскости находится.

178. Сѣченіе двухъ плоскостей должно быть непременно прямая линія.

Что сѣченіе двухъ плоскостей есть линія, въ томъ сомнѣваться опнюдѣ не можно, пошому что плоскости не имѣютъ никакой толщоты; сверхъ того оно должно быть прямая линія, пошому что прямая линія, проведенная отъ обѣихъ точекъ сѣченія, должна необходимо находиться въ каждой плоскости; слѣд. она естъ самое сѣченіе.

И такъ по одной прямой линіи пройти можетъ безчисленное множество разныхъ плоскостей.

179. Перпендикулярною линіею къ плоскости называемъ мы такую линію, которая не наклоняется ни къ какой сторонѣ той плоскости:

180. Почему перпендикулярная линія АВ къ плоскости GE (фиг. 100) должна быть перпендикулярна ко всѣмъ линіямъ ВС, ВС, ВС и проч. проведеннымъ отъ конца ея В на той плоскости; ибо когда бы она къ какой линіи не была перпендикулярна, то бы она наклонилась къ той линіи, и слѣд. къ самой плоскости.

181. Если отъ конца В линіи АВ, перпендикулярной къ плоскости GE (фиг. 101), проведемъ въ той плоскости ли-

нѣя BC , и когда вообразимъ себѣ, что плоскость ABC начнетъ оборачиваться около AB ; то линѣя BC , говорю я, не выдетъ при обращеніи ссѣмъ изъ плоскости GE .

Представимъ себѣ плоскость ABC дошедшую до какого нибудь положенія на примѣрѣ ABD ; и такъ когда линѣя BC находясь въ положеніи BD , не будетъ въ плоскости GE , то плоскость ABD пересѣчетъ плоскость GE въ прямой линѣѣ BF , къ копорой AB должна быть перпендикулярна (180); BF будетъ также перпендикулярна къ AB , но какъ мы предположили уже, что BD перпендикулярна къ AB въ той же точкѣ B , то слѣдуетъ, что изъ одной и той же точки B въ одной плоскости ABD , можно поставитъ два перпендикуляра къ линѣѣ AB , чего (25) сдѣлать со всѣмъ не можно; почему BF не можетъ разнствовать съ BD ; и слѣд. BC не можетъ въ обращеніи своемъ около AB выйти изъ плоскости GE .

182. И такъ, чтобъ прямая линѣя AB (фиг. 101) была перпендикулярна къ плоскости GE , для сего она должна быть перпендикулярна къ двумъ линѣямъ BC и

BD, пересекающимся при концѣ ся В въ той же плоскости.

Ибо когда представимъ себѣ плоскость прямого угла ABC обращающуюся около АВ, то линѣя BC должна (181) начертить плоскость, къ которой АВ будетъ перпендикулярна; при томъ утверждаю, что сѣя плоскость есть также, что и плоскость GE двухъ линѣй BC и BD: ибо когда уголъ ABD есть прямой равно какъ и уголъ ABC, то линѣя BC оборачиваясь около АВ, должна находиться необходимо въ одномъ положеніи съ линѣею BD; почему BD находится въ плоскости начерченной линѣею BC, и слѣд. АВ перпендикулярна къ плоскости CBD.

183. *Ежели изъ точки А прямой линѣи AI, наклоненной къ плоскости GE (фиг. 102), опустится на ту плоскость перпендикуляръ АВ, и когда по соединеніи точекъ В перпендикуляра и I косою линѣи прямою линѣею BI, проведется къ сей послѣдней перпендикуляръ CD въ той же плоскости GE, то AI, говорю я, будетъ также перпендикулярна къ CD.*

Возмемъ во первыхъ отъ точки I двѣ равныя части IC, ID, и проведемъ прямая

линіи BC и BD ; обѣ сіи лініи будутъ (27) равны; а посему и два, треугольника ABC , ABD будутъ равны, ибо сверхъ прямыхъ угловъ ABC и ABD , они имѣютъ общій бокъ AB и BC равный BD , какъ то было выше доказано; почему сіи треугольники, имѣя по одному углу равному, заключающемуся между двумя равными боками, суть равны между собою; и такъ AD равна AC , слѣд. лінія AI имѣя двѣ точки A и I равно отстоящія отъ точки C и точки D , должна бытъ перпендикулярна къ CD (30).

184. Плоскость бываетъ перпендикулярна къ другой плоскости тогда, когда первая не наклоняется ни на какую сторону послѣдней.

185. Почему на одной и той же линіи CD (фиг. 103.), лежащей въ плоскости GE , не можно поставить кромѣ одной перпендикулярной плоскости къ плоскости GE .

186. Плоскость $СК$ бываетъ перпендикулярна къ другой GE тогда, когда она проходитъ чрезъ прямую лінію AB , перпендикулярную къ сей послѣдней плоскости: ибо нѣтъ никакого сомнѣнія, что она ни на какую сторону не можетъ наклониться къ плоскости GE .

187. Если изъ точки A , взятой на плоскости $СК$, перпендикулярной къ плоскости GE , проведется перпендикулярная линія AB къ общему сѣченію CD , то она будетъ также перпендикулярна къ плоскости GE .

Ибо если она не будетъ перпендикулярна, то можно изъ точки B , куда она упадетъ, поставить другой перпендикуляръ, и проведши по сему перпендикуляру и чрезъ общую точку сѣченія CD плоскость, копорая (186) будетъ перпендикулярна къ плоскости GE ; а какъ не можно на одной линіи CD , начерченной въ плоскости GE , поставить двухъ перпендикулярныхъ плоскостей (185); слѣд. AB перпендикулярна къ плоскости GE .

188. И такъ, когда плоскость $СК$ перпендикулярна къ плоскости GE , то перпендикуляръ BA , поставленной на плоскости GE изъ общей точки сѣченія B , будетъ непременно находится въ плоскости $СК$.

Изъ сего предложенія слѣдуетъ, что два перпендикуляра BA и LM , поставленные изъ разныхъ точекъ одной и той же плоскости GE , будутъ параллельны.

Ибо естѣли соединивъ коицы В и L прямою линіею BL, проведешь по сей линіи и по АВ плоскость СК, по плоскость сія будетъ перпендикулярна къ плоскости GE (186); а понеже LM также перпендикулярна къ плоскости GE, проведенной чрезъ точку L плоскости СК, слѣд. она будетъ въ плоскости СК (188); но когда двѣ линіи АВ, LM находясь въ одной плоскости, будутъ перпендикулярны къ одной и той же линіи BL, то онѣ будутъ также и параллельны (36 и 37).

189. И такъ естѣли двѣ прямыя линіи АВ, CD (фиг. 105) будутъ параллельны каждая къ третей HF, то онѣ будутъ также параллельны и между собою; ибо линіи АВ, HF будучи между собою параллельны, могутъ быть обѣ и перпендикулярны къ одной плоскости GE; по той же причинѣ CD и HF могутъ быть перпендикулярны къ той же плоскости GE; и такъ АВ и CD будучи перпендикулярны къ одной плоскости, будутъ и параллельны.

190. Когда двѣ плоскости СК, NL (фиг. 104) перпендикулярны къ третей GE, то общее ихъ сѣченіе АВ будетъ также перпендикулярно къ плоскости GE.

Ибо перпендикуляръ, поставленной изъ точки В на плоскости GE, долженъ (183) находиться въ каждой изъ обѣихъ тѣхъ плоскостей; почему онъ не иное что быть можетъ, какъ самое ихъ сѣченіе.

191. *Плоскимъ угломъ* называется опроверстіе двухъ пересекающихся плоскостей GF, GE (фиг. 106); сей уголъ называется также *наклоненіемъ* одной плоскости къ другой.

Плоской уголъ, состоящій изъ двухъ плоскостей GF, GE, есть по количеству, которое плоскость GF должна пройти, обращаясь около AG, до настоящаго своего положенія, еслии она прежде лежала на плоскости GE.

Изъ сего удобно понятъ можно, что ежели изъ точки В, взятой на общемъ сѣченіи AG, проведемъ въ плоскости GE перпендикулярная линія BD къ AG, а въ плоскости GF перпендикулярная BC къ той же самой AG; то уголъ, состоящій изъ двухъ плоскостей, есть тоже самое, что уголъ произшедшій изъ линій BD и BC; ибо явствуетъ, что во время обращенія плоскости GF, линія BC удаляется отъ линіи BD, на которой она прежде лежала, точно на тоже количество, на какое плоскость GF отъ плоскости GE.

192. И такъ плоской уголъ имѣетъ такую же мѣру, какую и прямолинейной, заключающійся между двумя линиями, проведенными въ каждой изъ плоскостей, его составляющихъ, перпендикулярно къ общему сѣченію и изъ одной точки.

Изъ сказаннаго столь легко увѣриться можно въ истинѣ слѣдующихъ предложеній, что мы ихъ представляемъ безъ всякаго доказательства.

193. Плоскость упадая одна на другую, производитъ два угла, которые будучи взяты вмѣстѣ равняются 180 градусамъ.

194. Углы, составленные изъ многихъ плоскостей, проходящихъ чрезъ одну прямую линію, равняются 360 градусамъ.

195. Въ двухъ пересѣкающихся плоскостяхъ углы, противоположенные при верху, суть равны между собою.

196. Параллельныя плоскости называются тѣ, которыя какъ бы далеко не были продолжены, никогда сойшися не могутъ.

Почему параллельныя плоскости вездѣ равно отстоятъ одна отъ другой.

197. Когда двѣ параллельныя плоскости пересѣкутся третьею (фиг. 107), то сѣченія АВ, СD будутъ двѣ прямыя параллельныя линѣи; ибо обѣ сѣи линѣи находяшся въ одной и той же плоскости ABCD, и должны были бы сойтись между собою, если бы не были параллельны, а въ такомъ случаѣ сошлись бы и самыя плоскости.

198. Двѣ параллельныя плоскости, пересѣченныя третьею, имѣютъ тѣ же самыя свойства въ углахъ, которые онѣ составляютъ съ сею третьею, какое и двѣ параллельныя прямыя линѣи въ разсужденіи третьей, ихъ пересѣкающей. Сіе явствуетъ изъ сказаннаго (192).

Свойства прямыхъ линѣй, пересѣченныхъ параллельными Плоскостями.

199. Если изъ точки I, взятой внѣ плоскости GE (фиг. 108), проведутся къ разнымъ точкамъ K, L, M той плоскости прямыя линѣи IK, IL, IM, и когда сѣи прямыя линѣи пересѣкутся другою плоскостію ge, параллельною съ плоскостію GE; то говорю я, что 1 е.

си прямыя линѣи будутъ пересѣчены пропорціонально; 2^е. фигура klm будетъ подобна фигурѣ KLM .

Возмемъ сначала три точки K, L, M . И такъ когда прямыя линѣи kl, lm, mk суть сѣченія плоскостей IKL, ILM, IKM , сдѣланныя плоскостью ge , то онѣ должны быть параллельны съ KL, LM, MK ; сѣченіями тѣхъ же плоскостей посредствомъ плоскости GE (197): почему треугольники IKL, ILM, IMK подобны треугольникамъ IkL, IlM, ImK , и $IK : Ik = KL : kl = IL : Il = LM : lm = IM : Im = MK : mk$; но 1^е. ежели изъ сихъ равныхъ содержаній извлекутся одни только тѣ, которыя заключають въ себѣ прямыя линѣи, проведенныя изъ точки I ; то будетъ $IK : Ik = IL : Il = IM : Im$; и слѣд. прямыя линѣи IK, IL, IM пересѣчены пропорціонально.

2^е. Когда изъ сихъ же равныхъ содержаній возмешь одни тѣ, которыя заключають въ себѣ линѣи, находящіяся въ двухъ параллельныхъ плоскостяхъ, то получишь $KL : kl = LM : lm = KM : km$; почему треугольники KLM, klm будутъ подобны, понеже бока ихъ пропорціональны.

Положивъ же теперь произвольное число точекъ A, B, C, D, E и проч. докажется тѣмъ

же самымъ способомъ, что прямыя линѣи IA , IB , IC и проч. пересѣклись пропорціонально; по томъ вообразивъ діагонали AC , AD и проч. ac , ad и проч. проведенныя изъ сходственныхъ угловъ A и a , доказано будетъ, что треугольники ABC , ACD и проч. подобны треугольникамъ abc , acd и проч. почему оба многоугольники $ABCD$, $abcd$ будучи составлены изъ одного числа подобныхъ между собою треугольниковъ и одинаково расположенныхъ, будутъ (128) и сами подобны.

200. Понеже двѣ фигуры KLM , klm подобны, то заключимъ изъ сего, что и уголъ KLM будетъ равенъ углу klm ; и слѣд. ежели двѣ прямыя линѣи KL , LM составляющія уголъ KLM , найдутся параллельными двумъ прямымъ kl , lm , заключающимъ уголъ klm , то уголъ KLM будетъ равенъ углу klm и тогда, когда сіи два угла не будутъ находиться въ одной плоскости; мы упоминали уже о семъ предложеніи (43), но предполагали тогда оба тѣ угла находящимися въ одной плоскости.

201. Изъ подобія же двухъ фигуръ $ABCD$ и $abcd$, также фигуръ KLM и klm слѣдуетъ еще и то, что площади двухъ

сѣченій $abcdf$ и klm находятся между собою, какъ площади двухъ фигуръ $ABCDF$ и KLM .

Ибо $ABCDF : abcdf = \overline{AB} : \overline{ab}$ (161); но подобные треугольники IAB , Iab выводятъ пропорцію $AB : ab = IA : Ia$, и слѣд. (Аріѳ. 181) $\overline{AB} : \overline{ab} = \overline{IA} : \overline{Ia}$, или (199) $\overline{IM} : \overline{Im}$, или (по причинѣ подобія треугольниковъ ILM , IIm) $\overline{LM} : \overline{Im}$; и на послѣдокъ (161) $\overline{KLM} : \overline{klm}$; почему $ABCDF : abcdf = KLM : klm$, или (Аріѳ. 171) $ABCDF : KLM = abcdf : klm$.

202. Сіе доказательство показываетъ также, что площади $ABCDF$, $abcdf$ содержатся между собою, какъ квадраты двухъ прямыхъ линій IA и Ia , проведенныхъ отъ точки I къ двумъ сходственнымъ точкамъ обѣихъ фигуръ, и слѣд. (199) какъ квадраты высотъ или перпендикуляровъ IP , Ip , опущенныхъ изъ точки I на плоскости GE и ge .

И такъ заключимъ, что іе. ежели бы двѣ поверхности $ABCDF$, KLM были равны, то и поверхности $abcdf$, klm были бы также равны.

2 е. Что все предложенное нами можетъ имѣть мѣсто и тогда, когда точка I не будетъ общю прямыхъ линіямъ IA, IB, IC и проч. также прямыхъ IM, IL, и проч. но для каждой фигуры опредѣлился особливо, лишь только бы она находилась въ одинакой перпендикулярной высотѣ отъ плоскости *ge*.

ОТДѢЛЕНІЕ ТРЕТІЕ

О ТѢЛАХЪ.

203. Мы назвали (1) *тѣломъ* все то, что имѣетъ три измѣренія *въ длину, ширину и глубину*.

Теперь заниматься будемъ мѣрою и содержаніями тѣлъ.

Мы намѣрены разсуждать о тѣлахъ ограниченныхъ плоскими поверхностями; а изъ тѣхъ, которыя окружаются кривыми, займемся только *цилиндромъ, конусомъ и шаромъ*.

Тѣла, ограниченные плоскими поверхностями, различаются вообще числомъ и фигурою плоскостей, ихъ содержащихъ; сихъ плоскостей надобно быть по крайней мѣрѣ четыре для составленія тѣла.

204. Тѣло, у котораго двѣ какія нибудь прошивуположенныя стороны сушь плоскости равныя и параллельныя, а прочія всѣ состоятъ изъ параллелограммовъ, называется вообще *Призма*. Смотри *фиг. 109, 110, 111, 112*.

Почему можно почитать несомнѣнно, что призма происходитъ отъ движенія плоскости BDF , которая опустилась параллельно сама къ себѣ по прямой линіи AB (*фиг. 109*).

Двѣ параллельныя плоскости называются *основаніями* призмы, а перпендикуляръ LM , опущенный отъ одного основанія къ другому, именуется *высотой*.

Изъ понятія, которое мы дали о призмѣ, неоспоримо слѣдуетъ, что въ какомъ бы мѣстѣ не пересѣклась призма параллельною плоскостію съ основаніемъ ея, сѣченіе будетъ всегда плоскость совершенно равная основанію.

Линіи такія на примѣрѣ какъ AB , которыя оканчиваются прошивуположенными параллелограммами, называются *боками* призмы.

Прямая призма бываетъ тогда, когда бока ея стоятъ перпендикулярно на основаніи; и въ такомъ случаѣ всѣ бока сіи равны высотѣ. *Смотри фиг. 110 и 112.*

Напрощивъ *косая* призма есть та, которой бока наклоняются къ основанію.

Призмы различаются числомъ боковъ, находящихся въ ихъ основаніи; когда въ основаніи будетъ треугольникъ, тогда призма называется *треугольная* (фиг. 109); а когда въ основаніи будетъ четвероугольникъ, то называется *четвероугольная* (фиг. 110); и такъ далѣе.

Въ четвероугольныхъ призмахъ отличаются особенно *параллелипипедъ* и *кубъ*.

Параллелипипедъ есть четвероугольная призма, которой основанія и слѣдственно всѣ стороны состоятъ изъ параллелограммовъ; когдажъ параллелограммъ, служащій основаніемъ будетъ прямоугольникъ, и призма та будетъ *прямая*, въ такомъ случаѣ именуется она *прямоугольнымъ параллелипипедомъ*. *Смотри фиг. 110.*

Когда прямоугольной параллелипипедъ имѣетъ въ основаніи квадратъ, и бока АВ

равный боку того квадрата, тогда получашь названіе *куба*.

Почему кубъ есть тѣло, ограниченное шестью квадратами, и посредствомъ - то сего тѣла измѣряются всѣ прочія, какъ мы увидимъ это вскорѣ.

205. Цилиндръ есть тѣло, ограниченное двумя равными и параллельными кругами, и поверхностію, которая происходитъ отъ обращенія линіи АВ около окружностей обоихъ тѣхъ круговъ (*фиг. 113 и 114.*). Цилиндръ *прямой* называется тогда, въ которомъ линія СЕ (*фиг. 113.*), соединяющая центры двухъ противоположенныхъ оснований, бываетъ къ кругамъ перпендикулярна; сія линія СЕ именуется *ось* цилиндра; напротивъ того *косой* цилиндръ бываетъ, когда таже линія СЕ наклоняется къ основанію.

И такъ видѣть можно, что прямой цилиндръ происходитъ отъ обращенія прямоугольника FCDE около своего бока СЕ.

206. *Пирамида* есть тѣло, заключенное между многими плоскостями, изъ коихъ та, которая служитъ *основаніемъ*, бываетъ какой нибудь *многоугольникъ*, а

прочія суть всѣ преутольники, которые имѣющъ основаниями бока того многоутольника, и соединяющъ верхи свои въ одной точкѣ, называемой *верхъ* пирамиды. *Смотри фиг. 115, 116 и 117.*

Перпендикуляръ AM , продолженный изъ верху пирамиды на плоскость, служащую ей основаніемъ, называется *высота* пирамиды.

Пирамиды различаются числомъ боковъ, находящихся въ основаніи ихъ; такимъ образомъ та, которая имѣетъ основаніемъ преутольникъ, называется *треугольная пирамида*; а та, коей служишь основаніемъ чепвероутольникъ, именуется *чепвероугольная пирамида*, и такъ далѣе.

За *правильную* пирамиду принимаемъ мы ту, копорой основаніемъ служишь правильной многоутольникъ, и въ коей перпендикуляръ AM (*фиг. 117.*), опущенный изъ верху на основаніе, проходитъ чрезъ центръ многоутольника.

Перпендикуляръ AG , проведенный на какойнибудь бокъ DE основанія, называется *апотемою*.

Отсюда явствуетъ, что всѣ преутольники правильной пирамиды, сходящіеся въ одну точку A , должны быть равны и равнобедренны; потому что у всѣхъ ихъ осно-

ванія равны, и наклоненные бока АВ, АС, АД и проч. также равны, понеже они ничто иное суть, какъ косыя линїи, равно отстоящія отъ перпендикуляра АМ (27).

Слѣд. и всѣ апошемы равны между собою.

207. *Конусъ* (фиг. 118 и 119) есть тѣло, содержащееся въ круглой плоскости ВGDН, называемой *основаніемъ* конуса, и въ поверхности, которая происходитъ изъ того, когда линїя АВ будучи утверждена неподвижно въ точкѣ А, обойдетъ около окружности ВGDН.

Точка А называется *верхъ* конуса.

Перпендикуляръ, проведенный изъ верху на плоскость основанія, называется *высота* конуса; и конусъ *прямой* или *косой* бываетъ тогда, когда перпендикуляръ сей проходитъ (фиг. 118), или не проходитъ (фиг. 119) чрезъ центръ основанія.

Прямой конусъ раждается отъ обращенія прямоугольнаго треугольника АСD (фиг. 118) около своего боку АС.

208. *Шаръ* есть тѣло, ограниченное со всѣхъ сторонъ такою поверхностію, коюрой всѣ точки равно отстоятъ отъ одной точки, въ срединѣ его помѣщенной; сія точка называется *центръ шара*.

Шаръ можно принимать за такое тѣло, которое происходитъ отъ обращенія полукруга ABD (*фиг. 121*) около поперешника своего AD.

И такъ явствуемъ, что всякое сѣченіе, сдѣланное въ шарѣ плоскостію, должно быть кругъ; еслии сія плоскость проходитъ чрезъ центръ, то сѣченіе называется *большимъ кругомъ* шара; на противъ того когда плоскость проходитъ въ какомъ нибудь другомъ мѣстѣ, то сѣченіе именуется *малымъ кругомъ*.

Секторъ или *вырѣзокъ шара* есть тѣло, которое производитъ круговой секторъ ВСА обращеніемъ своимъ около радіуса АС; поверхность, описанная дугою АВ при обращеніи ея, называется *сферической кругъ*.

Сегментъ или *отрѣзокъ шара* есть тѣло, которое происходитъ отъ обращенія половины круговаго сегмента АFB около части АF радіуса.

О подобныхъ Тѣлахъ.

209. *Подобныя тѣла* суть тѣ, которыя состоятъ изъ одного числа подобныхъ и одинаково расположенныхъ споронъ. *Смотри фиг. 125.*

210. Почему сходственные бока и верхи сходственных толстых угловъ должны быть линѣи и точки подобно расположенныя въ двухъ тѣлахъ. Ибо сходственные бока и верхи сходственныхъ толстыхъ угловъ суть линѣи, которыя располагаются подобно въ разсужденіи шѣхъ сторонъ, къ коимъ они принадлежатъ; а какъ сіи стороны предположили мы подобными, и припомъ одинаково расположенными въ двухъ шѣлахъ; то слѣдственно и проч.

211. А по сему и треугольники ACD , acd (фиг. 125), соединяющіе толстой уголъ и концы сходственного бока въ каждомъ тѣлѣ, суть фигуры подобныя и подобно расположенныя въ двухъ тѣлахъ.

Ибо концы сходственныхъ боковъ CD , cd суть сами верхи сходственныхъ толстыхъ угловъ, которые (210) занимающъ одинакія мѣста въ подобныхъ шѣлахъ.

212. Диагонали AC , ac , также AD , ad и проч. соединяющія два сходственные толстые угла, содержатся между собою, какъ сходственные бока CD , cd тѣхъ тѣлъ; потому что какъ первые, такъ и послѣдніе, служатъ боками подобныхъ

треугольниковъ, показанныхъ въ предыдущемъ предложеніи.

213. Изъ сего слѣдуетъ, что два подобныя тѣла могутъ раздѣлены быть на одинаковое число пирамидъ, подобныхъ порознь между собою, плоскостями, проведенными чрезъ два сходственные угла и по двумъ сходственнымъ бокамъ; ибо стороны сихъ пирамидъ будутъ состоять изъ подобныхъ треугольниковъ, одинаково расположенныхъ въ двухъ тѣлахъ (211); и основанія ихъ будутъ подобны, понеже они суть сходственные стороны двухъ тѣлъ; почему пирамиды сіи (209) должны быть подобны.

214. Если изъ двухъ сходственныхъ угловъ опустятся перпендикуляры на двѣ сходственные стороны, то сіи перпендикуляры будутъ содержаться между собою, какъ два какіе нибудь сходственные бока.

Ибо какъ оба сходственные углы сіи расположены подобно въ разсужденіи двухъ сходственныхъ сторонъ (210), то они необходимо должны быть отъ сторонъ сихъ въ такихъ расстояніяхъ, которыя бы были въ одинаковомъ содержаніи съ прочими сход-

ственными просяженіями двухъ подобныхъ тѣлъ.

О измѣреніи Поверхностей Тѣлъ.

215. Какъ поверхности призмъ и пирамидъ состояются изъ параллелограммовъ, треугольниковъ и многоугольниковъ прямолинейныхъ, то мы не намѣрены преподавать здѣсь новаго способа, какъ должно поступать при измѣреніи сихъ послѣднихъ, пошому что о томъ довольно было говорено (139, 141 и 143). Выведемъ только изъ сказаннаго нѣкоторыя послѣдствія, кои не только послужатъ къ объясненію дѣйствій, нужныхъ при семъ измѣреніи, но и еще будутъ полезны къ исчисленію поверхностей цилиндровъ, конусовъ и самаго шара.

216. Наружная поверхность (та, которая принимается безъ двухъ основаній) всякой призмы, равна произведенію какого нибудь бока АВ сей призмы на окруженіе сѣченія $bdfhk$ (фиг. 111), сдѣланнаго плоскостію, къ которой бы бокъ АВ былъ перпендикуляренъ.

Ибо когда бокъ АВ по положенію перпендикуляренъ къ плоскости $bdfhk$, то и

Часть II. I

прочіе всѣ бока ему параллельныя, будутъ также перпендикулярны къ сей плоскости; почему каждая въ особенности прямая линія *bd*, *df*, *fb*, *bk* и проч. будетъ перпендикулярна къ боку призмы, которой она пересѣкаетъ; и такъ принявъ бока *AB*, *CD*, *EF* и проч. за основаніе параллелограммовъ, ограничивающихъ призму, линіи *bd*, *df*, *fb* будутъ ихъ высоты. Слѣдственно чтобы получить поверхность призмы, надлежитъ помножить бока *AB* на перпендикуляръ *bd*, бока *CD* на перпендикуляръ *df*, и такъ далѣе, и сложить всѣ сіи произведенія; но какъ всѣ бока равны, то явствуетъ, что тоже самое выйдетъ, когда помножишь одинъ бока *AB* на сумму всѣхъ высотъ, то есть на окруженіе *bdfbk*.

217. Поелику въ прямой призмѣ сѣченіе ни мало не различествуетъ отъ основанія *BDFHK*, и бока *AB* бываетъ высота призмы; то слѣдуетъ, что *наружная поверхность прямой призмы равна произведенію окруженія основанія, помноженнаго на высоту.*

218. Мы видѣли прежде (130), что кругъ можно принимать за правильной многоугольникъ, состоящій изъ безчисленнаго множества боковъ; почему цилиндръ можетъ быть принятъ за призму, которой число

параллелограммѣ, ограничивающихъ поверхность, будетъ бесконечно; и слѣдовательно.

Поверхность прямого цилиндра равна произведенію высоты сего цилиндра, помноженной на окружность основанія его. Способъ находить окружность былъ показанъ (146).

Можно также доказать, что *поверхность прямого цилиндра равна двойной площади такого круга, котораго полупоперешникомъ будетъ средняя пропорціональная линія между высотой цилиндра и полупоперешникомъ основанія его.*

Ибо принявъ за высоту H , за полупоперешникъ основанія r , а за средній пропорціональной полупоперешникъ R , также представивъ окружности, коихъ радіусы r и R чрезъ *окр.* r и *окр.* R , получишь по положенію $r : R = R : H$; а какъ окружности пропорціональны (131) радіусамъ своимъ, то будетъ также *окр.* $r : \text{окр. } R = R : H$. Но произведеніе крайнихъ въ сей пропорціи есть поверхность цилиндра, а произведеніе среднихъ равна двойной площади круга, которой имѣетъ полупоперешникомъ R ; слѣд. (Аріе. 168) и проч.

Впередъ для означенія площади круга, котораго за полупоперешникъ возьмется какая нибудь линія R , будемъ писать сокращенно *кр. R*.

Что касается до поверхности косыхъ цилиндровъ, то для сысканія ее должно помножить длину AB цилиндра на окружность сѣченія bgh (фиг. 114), такого сѣченія, говорю я, которое было показано (216). Какъ же способъ, служащій для опредѣленія длины сего сѣченія зависить отъ большаго познанія, какое мы доселѣ снискавъ могли; то въ практикѣ можно довольствоваться механическимъ измѣреніемъ, то есть, обернувъ цилиндръ нипкою (или чѣмъ другимъ для сего способнымъ) такъ, чтобъ она находилась въ такой плоскости, къ которой бы длина AB того цилиндра была перпендикулярна,

219. Для поверхности пирамиды надлежитъ, ежели она будетъ неправильная, сыскать порознь площади каждаго треугольника ее составляющаго, и сложить ихъ вмѣстѣ.

Но когда пирамида будетъ правильная, то скорѣе получишь поверхность ея, когда помножишь окруженіе основанія ея на поло-

вину перпендикулярной высоты AG какого нибудь треугольника (фиг. 117); ибо какъ всѣ треугольники въ правильной пирамидѣ бывають одной высоты, то споемъ только умножить половину общей высоты на сумму всѣхъ оснований.

220. Принимая окружность круга за многоугольникъ, изъ безчисленнаго множества боковъ состоящей, заключить должно о конусѣ, что онъ въ самой вещи ничто иное есть, какъ правильная пирамида, которой наружная поверхность заключаемъ въ себѣ неисчетное множество треугольниковъ; и слѣдовательно *наружная поверхность прямого конуса равна произведенію окружности основанія его на половину бока AB (фиг. 118).*

Что касается до поверхности косога конуса, то мы оставляемъ теперь говорить; ибо средства, служащія для сего, зависятъ отъ большаго познанія Геометріи. Впрочемъ же принимая конусъ въ видѣ пирамиды, можемъ употребить для измѣренія поверхности косога конуса слѣдующее средство, которое можетъ быть довольно достаточно. Надлежитъ раздѣлить окружность основанія на многое число дугъ такъ, чтобы каждая изъ нихъ могла быть принята безъ чувствительной

погрѣшности за прямую линію, и по томѣ
послупать какъ съ пирамидою.

221. Для сысканія поверхности пря-
маго усѣченнаго конуса, котораго про-
тивоположенныя основанія $BGDH$, $bgdh$
(фиг. 120) параллельны; надлежитъ
помножить бокъ Bb на половину суммы
окружностей двухъ противолежащихъ
основаній.

Bb самой вещи можно почестъ сію по-
верхность за соединеніе безчисленнаго мно-
жества трапецій такихъ, какъ $EEfe$, коихъ
бока Ee , Ff простираются къ верху A ; но пло-
щадь каждой сей трапеціи равняется пол-
суммѣ двухъ противоположенныхъ основаній
 EF , ef , помноженной на разстояніе сихъ
самыхъ основаній (142); а какъ сіе разсто-
яніе не различествуетъ ни чѣмъ отъ боковъ
 Ee , Ff или Bb , то явствуетъ, что сумма
всѣхъ трапецій найдется, когда половина
суммы всѣхъ противоположенныхъ основаній
такихъ, какъ EF , ef , то есть половина сум-
мы двухъ окружностей помножится на ли-
нію Bb , общую высоту всѣмъ трапеціямъ.

222. Если чрезъ средину M бока Bb
проведется плоскость параллельно съ осно-
ваніемъ, то отъ сѣченія сего (199) про-

изойдетъ такой кругъ, коего окружность будетъ равна половинѣ суммы окружностей, находящихся въ обоихъ основаніяхъ; по тому что діаметръ его MN (142) равенъ полсуммѣ поперешниковъ тѣхъ основаній, и что (131) окружности содержатся между собою какъ ихъ поперешники. Слѣдовательно *поверхность конуса, усѣченного параллельно съ основаніемъ, равняется произведенію бока Вѣ на окружность сѣченія, сдѣланнаго въ равномъ разстояніи отъ обоихъ противоположенныхъ основаній.* Предложеніе сіе послужитъ намъ также къ доказательству слѣдующаго.

223. *Поверхность шара равна произведенію окружности самого большаго круга, помноженной на поперешникъ.*

Представь, что половина окружности АКД (фиг. 122) раздѣлена на великое множество дугъ; каждая, изъ сихъ дугъ на пр. КL будучи безпредѣльно мала, сольется съ своею хордою.

Отъ концовъ дуги КL проводи къ поперешнику АД перпендикуляры КЕ, ЛФ; изъ середины І той же дуги или хорды ея продолжи ІН параллельно съ КЕ и радіусъ ІС; сей радіусъ будетъ (52) перпендикуляренъ къ

KL; напосаѣдокъ поставь KM перпендикулярно на IH или LF. Теперь вообрази себѣ, что половина окружности AKD стала бы оборачиваться около AD; и такъ явствуетъ, что она обращеніемъ своимъ произведетъ поверхность шара, а каждая изъ ея дугъ KL опишетъ поверхность усѣченного конуса, которая будетъ часть поверхности шара. Но мы увидимъ ниже, что поверхность сего усѣченного конуса равняется произведению линіи KM или EF, помноженной на окружность, имѣющую радіусомъ IC или AC.

Треугольникъ KML подобенъ треугольнику IHC, понеже оба сіи треугольники имѣютъ бока, кои по черченію суть перпендикулярны другъ къ другу. Изъ подобія сихъ треугольниковъ выводятся (111) слѣдующая пропорція $KL : KM = IC : IH$, или (понеже окружности (131) содержатся какъ ихъ радіусы) $KL : KM = \text{окр. IC} : \text{окр. IH}$; а поелику во всякой пропорціи (Ариф. 168) произведение крайнихъ равно произведению среднихъ, то $KL \times \text{окр. IH}$ равно $KM \times \text{окр. IC}$, или все равно $EF \times \text{окр. AC}$. Но (222) произведение первое изображаетъ поверхность усѣченного конуса, произшедшаго отъ обращенія дуги KL; почему сей безголовой конусъ равенъ $EF \times \text{окр. AC}$, то есть произве-

денію высоты его EF на окружность большаго круга шара. А какъ принявъ и всякую другую дугу въ мѣсто KL , дока-
зашь можно поже самое; то должно за-
ключить, что сумма малыхъ усѣчен-
ныхъ конусовъ, составляющихъ поверхность
шара, равна окружности большаго круга,
помноженной на сумму высотъ сихъ кону-
совъ; но сія сумма безъ всякаго сомнѣнія
составляетъ діаметръ. И такъ поверхность
шара должна быть равна окружности боль-
шаго круга его, помноженной на поперещ-
никъ.

224. Есстли вообразимъ такой ци-
линдръ (фиг. 123), которой бы окружалъ
шаръ, касаясь къ нему, и имѣлъ высоту
діаметръ его, то есть, ежели представимъ
себѣ цилиндръ описанной около шара, то
можно заключить, что *поверхность шара
будетъ равна наружной поверхности то-
го цилиндра*; ибо поверхность цилиндра
равна произведенію окружности основанія на
высоту; но окружность основанія есть та-
же, что и окружность большаго круга шара,
а высота равна діаметру; слѣд. и проч.

225. Какъ (145) площадь круга со-
стоитъ изъ произведенія окружности на по-
ловину радіуса или на четвертую часть

діаметра, а поверхнось шара изъ окружности на весь діаметръ; по изъ сего явствуетъ, что *поверхность шара есть вчетверо больше самаго большаго круга его.*

226. Сдѣланное доказательство для поверхности шара можетъ служить равно и тому, что наружная поверхность сферического сегмента, происходящая отъ обращенія дуги AL (фиг. 124) около діаметра AD , состоить изъ окружности большаго круга шара, помноженной на высоту AI того сегмента; а чтобъ получить поверхность частицы шара, заключенной между двумя параллельными плоскостями напр. LKM , NRP , то должно умножить окружность большаго шара на высоту IO той части шара. Ибо можно принимать сіи поверхности, какъ и въ шарѣ, за безчисленное множество поверхностей усѣченныхъ конусовъ, изъ которыхъ каждой равенъ произведенію высоты своей на окружность большаго круга шара.

О содержаніи Поверхностей ТѢЛЪ.

227. Сравнивая поверхности двухъ тѣлъ, ограниченныхъ неподобными и неправильными плоскостями, не иначе находимъ мы

содержаніе ихъ , какъ когда вычисливши по-
рознь поверхность каждаго одинакою мѣрою ,
сравнимъ число мѣръ одной съ числомъ мѣръ
другой , на пр. число квадратныхъ футовъ од-
ной съ числомъ квадратныхъ футовъ другой.

228. Наружныя поверхности призмъ
содержатся между собою , какъ произ-
веденія длины сихъ призмъ на окруже-
ніе перпендикулярнаго къ сей длинѣ
сѣченія.

Ибо поверхности ихъ равны симъ про-
изведеніямъ (216).

Почему естли длины призмъ бу-
дутъ равны , то поверхности ихъ бу-
дутъ содержаться между собою , какъ
окруженіе перпендикулярнаго къ длинѣ
каждой сѣченія.

Ибо содержаніе длины на окруженіе
сѣченія сего не перемѣнится , ежели въ каж-
домъ произведеніи уничтожится длина , об-
щій множитель.

229. И такъ поверхности прямыхъ
призмъ и цилиндровъ одинакой высоты
содержатся между собою , какъ окруже-
нія основаній ихъ , какія бы впрочемъ не
были сіи основанія,

Но ежели напрошивъ окруженія основаній будутъ одинакія, а высоты разныя, то поверхности такіа содержатся какъ высоты.

230. Поверхности прямыхъ конусовъ будутъ находится между собою, какъ произведенія боковъ ихъ на окружности основаній, или на радіусы, или на діаметры тѣхъ же основаній.

Ибо поверхности сіи будучи равны произведенію окружности основанія на половину бока конуса (220), должны содержаться между собою какъ сіи произведенія или какъ удвоенныя тѣже произведенія. А какъ сверхъ сего окружности имѣютъ одно содержаніе съ радіусами своими или діаметрами, то можно (99) поставитъ въ произведеніяхъ сихъ содержаніе радіусовъ или діаметровъ на мѣсто содержанія окружностей.

231. Поверхности подобныхъ тѣлъ содержатся между собою, какъ квадраты сходственныхъ линій ихъ.

Ибо онѣ состоятъ изъ плоскостей подобныхъ, коихъ поверхности содержатся какъ квадраты сходственныхъ боковъ ихъ или линій; но сіи линіи суть сходствен-

ные бока тѣлѣ, и пропорціональны всѣмъ прочимъ сходственнымъ линіямъ.

232. *Поверхности двухъ шаровъ находятся между собою, какъ квадраты ихъ полупересѣтниковъ или пересѣтниковъ; ибо какъ поверхность шара вчетверо больше площади большаго круга его, то поверхности двухъ шаровъ должны быть между собою, какъ учетверенные большіе ихъ круги, то есть (162) какъ квадраты радіусовъ или діаметровъ.*

О Толщинѣ Призмъ.

233. Дабы утвердись въ понятіи, что мы должны разумѣть подѣ толщиною тѣлѣ, то надлежитъ представить себѣ мысленно частицу такого въ кубическомъ видѣ пространства, которое бы было безконечно мало въ длину, ширину и глубину, и по томъ вообразить, что внутренность тѣлѣ наполнена вся подобными кубами, которые мы называть будемъ *толстыми точками*. Совокупность сихъ точекъ есть точно то, что мы именуемъ толщиною тѣлѣ.

234. *Двѣ призмы или два цилиндра, или призма и цилиндръ одинакаго основанія и одинакой высоты, или равныхъ основаній и равныхъ высотъ, бу-*

дуть въ толщинѣ своей равны, какъ бы впрочемъ фигуры основаній ихъ различны не были.

Ибо представъ себѣ, что тѣла сіи разсѣчены были бы плоскостями параллельными съ ихъ основаніями на весьма тонкіе слои, коихъ бы высота ни чѣмъ не различествовала отъ толстыхъ почекъ, какими, по данному нами понятію, наполнены сіи тѣла; то явствуетъ, что понеже въ каждомъ тѣлѣ каждое сѣченіе равно основанію (204), число толстыхъ почекъ, составляющихъ каждой слой, будетъ во всѣхъ одинаково и равно числу поверхностныхъ почекъ основанія; а какъ предположили мы въ двухъ тѣлахъ одинакую высоту, то каждое изъ нихъ должно содержать одно число слоевъ; а потому въ цѣлости и одинакое число толстыхъ почекъ; слѣдовательно они равны въ толщинѣ.

О измѣреніи толщины Призмъ и Цилиндровъ.

235. Образъ, въ какомъ мы представили толстые почки, не только полезенъ особенно для доказательства равенства двухъ толщинъ чрезъ раздробленіе тѣлъ на безконечно тонкіе слои; но и еще сверхъ то-

то будемъ имѣть случай представлять ихъ въ семъ видѣ. Однакожъ при обыкновенномъ измѣреніи внутренностей или толщинъ тѣлъ нѣтъ никакой нужды исчислять ихъ полными точками; ибо само по себѣ разумѣется, что всякое тѣло содержитъ ихъ безчисленное множество.

И такъ при измѣреніи толщины тѣла мы не иное что дѣлаемъ, какъ опредѣляемъ, сколько разъ данное тѣло содержитъ въ себѣ другое извѣстное. На примѣрѣ желая вымѣрять прямоугольной параллелипипеда $ABCDEFGH$ (фиг. 126), однимъ предметомъ имѣю узнать, сколько параллелипипедъ сей содержитъ въ себѣ такихъ кубовъ, какъ данный x ; толщины тѣла исчисляются обыкновенно кубическою мѣрою.

И для того, чтобъ узнать толщину прямоугольнаго параллелипипеда $ABCDEFGH$, надлежитъ сыскать во первыхъ, сколько основаніе его $EFGH$ содержитъ въ себѣ квадратныхъ частей такихъ на пр. какъ $efgh$, потомъ опредѣлить, сколько разъ высота его $АН$ содержитъ высоту ah ; по умноженіи числа квадратныхъ частей $EFGH$ на число частей $АН$, произведеніе покажетъ, сколько данный параллелипипедъ вмѣщаетъ

въ себѣ кубовъ x ; то есть, сколько содержи-
житъ онъ кубическихъ фузовъ, или куби-
ческихъ дюймовъ и проч. когда бокъ ab ку-
ба x будетъ равенъ фузу или дюйму.

Ибо видѣть можно, что на поверхности
 $EFGH$ можно поставитъ столько кубовъ x ,
сколько на основаніи $EFGH$ находится квад-
ратовъ $efgh$. Всѣ сии кубы составятъ вмѣ-
стѣ параллелипипедъ, котораго высота HL
будетъ равна ah ; но явствуетъ также,
что въ тѣлѣ $ABCDEFGH$ помѣститъ можно
столько сихъ параллелипипедовъ, сколько вы-
сота $АН$ заключаетъ въ себѣ высоту HL ;
и такъ должно взять сей параллелипипедъ
или число кубовъ, лежащихъ на $EFGH$
столь разъ, сколько находится частей въ
 $АН$; или понеже число сихъ кубовъ равно
числу квадратовъ, содержащихся въ основа-
ніи, то должно число квадратовъ, помѣща-
ющихся на основаніи, помножить на число
частей высоты, и произведеніе покажетъ
число кубовъ, содержащихся въ данномъ
параллелипипедѣ.

236. Понеже доказано (234.), что
призмы одинакаго основанія и одинакой вы-
соты равны между собою; то слѣдуетъ
изъ сего и предыдущаго предложенія, что
для исчисленія кубическихъ мѣръ, со-

держащихся въ какой нибудь призмѣ $ACEGIKBD\Gamma H$ (фиг. 111), надлежитъ опредѣлить основаніе ея $KBD\Gamma H$ квадратною мѣрою, а высоту LM въ частяхъ равныхъ боку куба, принимаемого за мѣру, и умноживъ число квадратныхъ мѣръ основанія на число линейныхъ мѣръ высоты, что выражаемъ иначе, говоря: *толщина всякой призмы равна произведенію площади основанія на высоту ея.*

Но мы должны замѣтить здѣсь тоже, что и въ примѣчаніи (139) показали касательно до площади; тамъ не можно было утвердить съ точностію, чтобъ линейная умножалась линейною, здѣсь не можно равно сказать, чтобъ поверхность умножалась линейною. Не поверхность, какъ мы то видѣли, а самое тѣло (какого числа кубовъ равно числу квадратныхъ основанія) беремъ мы столько разъ, сколько высота его содержится въ высотѣ цѣлаго тѣла, то есть столько разъ, сколько она содержится въ измѣряемомъ тѣлѣ.

237. И такъ заключимъ изъ предыдущаго, что *толщина прямого или косого цилиндра состоитъ равно изъ площади основанія его, помноженной на вы-*

Часть II.

К

соту; понеже цилиндръ равенъ призмѣ одного съ нимъ основанія и одной высоты (234).

О Толщинѣ Пирамидъ.

238. Приведемъ на память сказанное (199 и слѣд.) и приноровивъ оное къ пирамидамъ заключимъ, что ежели двѣ пирамиды $IABCD$ и KLM (фиг. 108) одинакой высоты, пересѣкутся плоскостію ge параллельною съ плоскостію основанія ихъ (*); то сѣченія $abcd$, k/m будутъ въ одинакомъ содержаніи съ основаніями $ABCD$, KLM , и слѣдовательно будутъ они равны, когда основанія сіи найдутся равными. Теперь представимъ, что сіи пирамиды были бы снова пересѣчены другою плоскостію параллельною съ прежнею ge въ самомъ ближайшемъ къ ней мѣстѣ; то явствуетъ, что два толстые слоя, заключающіеся между двумя плоскостями въ самомъ ближайшемъ разстояніи другъ отъ друга, должны находиться также въ одинакомъ содержаніи съ основаніями; ибо число толстыхъ шочекъ, которое нужно къ наполненію сихъ двухъ слоевъ равной высоты, за-

(*) Мы предполагаемъ здѣсь для большей способности пирамиды, имѣющія общій верхъ и стоящія на одной плоскости GE .

виситѣ единственнѣ отѣ величины сходственныхъ сѣченій.

Послѣ чего, принявъ двѣ пирамиды одной высоты, не можно вообразить себѣ, чтобъ было въ одной изъ нихъ больше или меньше слоевъ, нежели въ другой; а какъ сходственные слои должны быть въ одинакомъ содержаніи съ основаніями, то и суммы сихъ слоевъ, или лучше сказать толщины пирамидъ будутъ содержаться также, какъ основанія. Такимъ образомъ *толщины пирамидъ одинакой высоты содержатся между собою, какъ основанія ихъ, и слѣдовательно пирамиды одинакаго основанія и одинакой высоты будутъ равны въ толщинѣ, какой бы впрочемъ фигуры не были основанія ихъ.*

О измѣреніи Толщины Пирамидъ.

239. Понеже вѣрять тѣло есть тоже, что искать, сколько оно содержитъ въ себѣ другое извѣстное, или вообще искать содержаніе его съ другимъ извѣстнымъ тѣломъ; почему при измѣреніи пирамидъ дѣло все состоитъ въ томъ, чтобъ найти содержаніе ихъ съ призмами; а для сего намѣрены мы предписать слѣдующее предложеніе.

240. *Всякая пирамида бываетъ втрое менше призмы одного съ ней основанія и одной высоты.*

Доказательство сего предложенія выводится изъ того, что всякая треугольная пирамида составляетъ третью часть треугольной призмы одного съ ней основанія и одной высоты; ибо легко можно представить себѣ всякую призму за совокупленіе столькихъ треугольныхъ призмъ, а пирамиду за соединеніе столькихъ треугольныхъ пирамидъ, изъ сколькихъ треугольниковъ состоитъ основаніе той или другой. *Смотри фиг. 111.*

Вотъ какимъ образомъ увѣряемся въ истинѣ предложенія касательно до треугольной пирамиды. Разсуждая о треугольной призмѣ $ABCDEF$ (*фиг. 127*), представь себѣ, что на сторонахъ AE , CE сей призмы проведены двѣ діагонали BD , BF , и по симъ діагоналямъ прошла плоскость BDF ; плоскость сія отдѣлитъ отъ призмы пирамиду одного съ нею основанія и одной высоты, пошому что та пирамида будетъ имѣть верхъ свой въ B на верхнемъ основаніи призмы, а основаніе DEF одно и тоже съ нижнимъ ея основаніемъ: отдѣленную сію пирамиду изображаетъ *фигура 128*; а

то, что остается въ призмѣ, представляетъ
фигура 129.

Когда поставимъ остатокъ сей на спору
ADFC, тогда увидимъ въ немъ не
призму уже, но четвероугольную пирамиду,
которой основаніемъ будетъ параллелограммъ
ADFC, а верхомъ точка В: и такъ вооб-
разивъ, что на основаніи ADFC проведена
была бы діагональ CD, легко увѣриться мож-
но, что цѣлая пирамида ADFCB состоить
изъ двухъ преугольныхъ пирамидъ ADCB,
CFDB, которыя имѣя основаніемъ равные
преугольники ACD, CDF, а верхомъ общую
точку В, будутъ не обходимо (238) равны
между собою. Но одна изъ сихъ пирамидъ,
именно пирамида ADCB можетъ быть при-
нята и за такую, которой послужитъ
основаніемъ преугольникъ ABC, то есть
верхнее основаніе призмы, а верхомъ точка
D, принадлежащая къ нижнему ея основа-
нію; слѣдственно пирамида сія равна пира-
мидѣ DEFB (*фиг. 128*), потому что она
съ нею имѣетъ одно основаніе и одну вы-
соту; а посему и всѣ три пирамиды DEFB,
ADCB, CFDB также равны между собою;
но какъ онѣ, совокуплены будучи вмѣстѣ,
составляютъ призму, то должно заключить,
что каждая изъ нихъ есть третья часть

шой призмы; и такъ пирамида $DEFB$ впрое меньше призмы $ABCDEF$ одного съ нею основанія и одной высоты.

241. А какъ конусъ принимаемъ мы за пирамиду, кошорой окруженіе основанія состоитъ изъ безчисленнаго множества боковъ; а цилиндръ за призму, кошорой окруженіе основанія состоитъ также изъ безчисленнаго множества боковъ; то надлежитъ заключить, что *прямой или косої конусъ есть третья часть цилиндра одного съ нимъ основанія и одной высоты.*

242. И такъ, ежели потребуется найти толщину пирамиды или конуса (какихъ бы то не было прямыхъ или косыхъ), надлежитъ помножить площадь основанія на третью часть высоты.

243. Для сысканія же толщины усѣченной пирамиды или безголоватаго конуса, когда пропи-
вположенныя основанія ихъ будутъ парал-
лельны, состоитъ только сыскать высоту
отрѣзной пирамиды; и тогда безъ всякаго
труда получишь толщину цѣлой, отрѣз-
ной, и слѣдовательно усѣченной пирамиды.
На примѣръ когда въ фигурѣ 108 тре-
буется узнать толщину усѣченной пирами-
ды $KLM klm$, то явствуетъ (242), что

площадь основанія KLM должно помножить на прешью часть высоты IP; равнымъ образомъ площадь klm помножить на прешью высоты Ip , и вычесть послѣднее произведеніе сіе изъ перваго; но какъ не извѣстна ни высота цѣлой, ни высота усѣченной пирамиды, то вошъ какимъ образомъ опредѣлить можно и ту и другую. Мы видѣли выше (199), что линіи IL, IM, IP и проч. пересѣчены пропорціонально плоскостію ge , и содержатся къ частямъ своимъ Il , Im , Ip , какъ $LM : Im$; почему будетъ $LM : Im = IP : Ip$.

Также (Аріѳ. 174) $LM - Im : LM = IP - Ip : Ip$ то есть, $LM - Im : LM = Pr : IP$

Но какъ въ данной усѣченной пирамидѣ можно удобно вымѣрять бока LM, Im и высоту Pr; почему по извѣстнымъ премъ членамъ послѣдней пропорціи найдешь четвертой Ip , или высоту цѣлой пирамиды, а опнявши изъ оной высоту усѣченной пирамиды, получишь высоту Ip опрѣзной.

О толщинѣ Шара, Секторовъ его и Сегментовъ.

244. Для исчисленія толщины шара, надлежитъ помножить поверхность его на третью часть полупереснника

Ибо поверхность шара можно при-
нять за совокупленіе безчисленнаго множе-
ства бесконечно малыхъ плоскостей, изъ
коихъ каждая служитъ основаніемъ малень-
кой пирамидѣ, имѣющей верхъ при центрѣ, и
слѣд. высокою радіусъ; также (242) каждая
изъ сихъ пирамидъ равна произведенію основа-
нія на третью высоты своей, то есть на третью
радіуса; явствуетъ, что всѣ онѣ вмѣ-
стѣ должны быть равны суммѣ всѣхъ осно-
ваній своихъ, помноженной на третью радіуса,
то есть равны произведенію поверхности
шара на третью часть поперешника
его.

245. А поелику поверхность шара (225)
вчетверо больше площади самаго большаго
круга его, то можно также найти тол-
щину шара помноженіемъ четверной
площади большаго круга на третью
часть поперешника, или наконецъ
помноженіемъ $\frac{2}{3}$ поперешника на пло-
щадь большаго круга.

246. Видѣли мы выше, что для сыска-
нія толщины цилиндра, надлежало помно-
жить площадь основанія его на высоту; по-
чему, когда дѣло будетъ итти о цилиндрѣ,
описанномъ около шара (фиг. 123), можно
заключить, что толщина его равна произ-

веденію большаго круга шара на попереши-
никъ; а толщина шара (245) равна про-
изведенію большаго круга на $\frac{2}{3}$ поперешика;
и слѣд. *толщина шара равна $\frac{2}{3}$ толщины*
описаннаго около его цилиндра.

Когда угодно сравнишь толщину шара
съ кубомъ поперешика его; то принявъ D
за поперешикъ, получишь $\frac{2}{3} D \times \text{окр. D}$ для
толщины шара, или также $\frac{2}{3} D \times \text{окр. } D \times \frac{1}{4} D$,
или $\frac{1}{6} D \times \text{окр. D}$. А кубъ діаметра будетъ D^3 ,
почему толщина шара къ кубу діаметра
его содержится какъ $\frac{1}{6} D \times \text{окр. D} : D^3$, или $=$
 $\frac{1}{6} \text{окр. D} : D$, или $\text{окр. D} : 6 D$; то есть какъ
окружность круга къ шести діаметрамъ
своимъ. И принявъ содержаніе поперешика
къ окружности на пр. 22 : 7; толщина ша-
ра къ кубу поперешика его будетъ какъ
22 : 42, или какъ 11 : 21.

247. Поверхность выпуклистаго круга
AGBHEA, служащаго основаніемъ вырѣзку
CBGЕНА шара (фиг. 121), можетъ быть
принята также за соединеніе безчисленнаго
множества бесконечно малыхъ плоскостей,
и слѣд. самъ вырѣзокъ шара можетъ почи-
таемъ быть за совокупленіе неисчетнаго
множества пирамидъ, которыхъ высота бу-
детъ полупоперешникъ, а сумма основаній

составитъ поверхность выпуклистаго круга; *почему вырѣзокъ шара равенъ произведе-
нію площади выпуклистаго круга на $\frac{1}{3}$
полупоперешника*. Выше показано было
(226), какъ находится площадь выпукли-
стаго круга.

248. Что касается до отрѣзка, то
явствуетъ, что онъ равенъ вырѣзку СВГЕНА
безъ конуса СВГЕН; почему весьма удобно
найти можно толщину его; однакожъ она
еще легче найдется посредствомъ слѣду-
ющаго предложенія.

*Толщина отрѣзка АВГЕНА шара
(фиг. 121) равна толщинѣ такого ци-
линдра, у котораго будетъ полупопе-
решникомъ основанія стрѣлка АГ, а
высотой полупоперешникъ СА шара безъ
 $\frac{1}{3}$ стрѣлки АГ.*

Представимъ толщину сего отрѣзка,
какъ бы разсѣченную на безчисленное мно-
жество тончайшихъ круговыхъ слоевъ, па-
раллельныхъ съ ВГНЕ; въ такомъ случаѣ
число толстыхъ почекъ каждаго слоя, зави-
ся единственно отъ круговаго сѣченія, мо-
жетъ представлено быть тѣмъ самымъ сѣ-
ченіемъ; и для того на пр. за слой соот-
вѣствующій IN, примемъ окр. IN.

А проведя хорду AN , по причинѣ прямоугольнаго преугольника AIN (170) получишь $кр. IN$ равный $кр. AN$ безъ $кр. AI$; почему сумма круговъ IN или полщина отъ рѣзка будетъ равна суммѣ круговъ AN безъ суммы круговъ, соотвѣствующихъ AI . Теперь посмотримъ, что изображаетъ каждая изъ сихъ двухъ суммъ.

Понеже AN (173) есть средняя пропорціональная между AI и AD , то кругъ AN (218) долженъ быть равенъ половинѣ поверхности цилиндра, имѣющаго основаніемъ полуперешникъ AI , а высотой AD . Почему сумма круговъ AN будетъ равна суммѣ круговыхъ поверхностей, коихъ высота остается одна и таже AC , а въ основаніи полуперешники перемѣняются безпрестанно въ различныя линіи AI . И такъ сумма круговъ AN равна полщинѣ цилиндра, котораго высотой будетъ AC , а основаніемъ полуперешникъ AF .

Въ разсужденіи суммы круговъ AI ; ежели на AC начертишь квадратъ и проведши діагональ AP , продолжишь NI до R , то получишь AI равную IR ; почему сумма круговъ AI будетъ равна суммѣ круговъ IR , копорая, считая отъ A до F , составляетъ конусъ, имѣющій высоту AF , а основа-

ніемъ *кр.* FS или *кр.* AF. Она равна по этому какъ сему конусу, такъ и шакому цилиндру, котораго основаніемъ оспашеся шотъ же кругъ AF, а высокою возмешся уже $\frac{1}{3}$ AF. И такъ сумма круговъ AN безъ суммы круговъ AI, то есть сумма круговъ NI, или толщина отръзка равна цилиндру, имбющему основаніемъ кругъ AF а высокою AC, безъ цилиндра, котораго основаніемъ будетъ шотъ же кругъ AF, а высокою $\frac{1}{3}$ AF; то есть равенъ цилиндру шакому, котораго будетъ основаніемъ кругъ AF а высокою AC — $\frac{1}{3}$ AF.

И такъ толщина отръзка шара найдешся, когда кругъ, имбющій полупоперешникомъ спрълки, умноженъ будетъ на полупоперешникъ шара безъ прети спрълки.

Дабы показанъ примбромъ измѣреніе толщины шара и его сегментовъ, положимъ, что требуется узнать вѣсъ бомбы 10 дюймовъ въ діаметрѣ, которой пустоша заключаетъ 7 дюймовъ въ поперешникѣ, а отверстіе разширено къ пустошѣ на $\frac{1}{2}$ дюйма спрълки. Кубической футъ чугуна вѣситъ $519 \frac{3}{4}$ фунтовъ (*).

Вычисли впервыхъ толщину шара 10 дюймовъ въ діаметрѣ; потомъ толщину пустоши, то есть

(*) Здѣсь и въ другихъ примбрахъ относящихся до фортификаціи и артиллеріи разумѣются вѣсы и мѣра французскія.

шара 7 дюймовъ, но вычисли сѣю послѣднюю съ ош-
няпѣемъ у ней толщины ошверстїя на $\frac{1}{2}$ дюйма спрѣл-
ки, то есть найди сегментъ шара, котораго спрѣл-
ка будетъ $6\frac{1}{2}$ дюймовъ.

Для толщины шара 10 дюймовъ надлежитъ (246)
умножить кубъ поперешника его на $\frac{11}{11}$; и производя
дѣйствїе въ логарифмахъ, поступай:

Лог: 10	1,0000000
— 3	
Лог. 10	3,0000000
Лог. 11	1,0413927
Допол. Лог. 21	8,6777807
Сумма	12,7191734

Которой ошвѣчаетъ 523, 81; и такъ толщина
шара 10 дюймовъ въ діаметръ будетъ 523,81 куби-
ческихъ дюймовъ.

Но чтобъ сыскать толщину сегмента $6\frac{1}{2}$ дюй-
мовъ спрѣлки въ шарѣ 7 дюймовъ, надлежитъ
(248) помножить площадь круга, коего полупо-
перешникомъ будетъ $6\frac{1}{2}$ на полупоперешникъ шара
безъ трети спрѣлки; то есть на $1\frac{1}{3}$ дюйма.

И такъ по сказанному (157) производя дѣйстви-
е въ логарифмахъ, получишь:

Лог $6\frac{1}{2}$	0,8129134
— 2	
Лог. $6\frac{1}{2}$	1,6258268
Лог. $\frac{22}{7}$	0,4973247
Лог. $1\frac{2}{3}$	0,1249387
Сумма	2,2480902

Которой ошвѣчаетъ числу . . . 177,05

Почему полшина пустошы бомбы равна 177,05 кубическим дюймамъ; и слѣдовательно въ бомбѣ находишся 346,76 кубическихъ дюймовъ чугуна.

Наконецъ, чтобъ сыскать вѣсъ бомбы, стоить только 346,76444 умножить на $519\frac{3}{4}$ и раздѣлить произведеніе на 1728, потому что вѣсъ кубическаго дюйма равняется 1728 части вѣсу кубическаго фуша; того ради

Лог. 346,76	2,5400290
Лог. $519\frac{3}{4}$	2,7157945
Допол. Лог. 1728	6,7624563
Сумма	12,0182798

Которой отвѣчаетъ 104,3 фунтамъ.

И такъ вѣсъ бомбы, исключая пустошу отверстія и вѣсъ ушей и колецъ, будетъ состоятъ изъ 104,3 фунтовъ.

О измѣреніи протихъ Тѣлъ.

249. Что касается до прочихъ тѣлъ; ограниченныхъ плоскими поверхностями, по способу самъ собою представляющійся къ измѣренію ихъ, состоитъ въ томъ, чтобъ воображать ихъ сложенными изъ пирамидъ, которыхъ основаніями служатъ плоскія тѣ поверхности, а общимъ верхомъ какой нибудь уголъ даннаго тѣла; какъ же способъ сей рѣдко бываетъ способенъ въ практикѣ, то мы покажемъ другой слѣдующій.

250. Подъ именемъ *усѣченной призмы* мы будемъ разумѣть такое тѣло ABCDEF

(фиг. 130), которое остается по отсѣченіи части отъ призмы плоскостію ABC , наклоненною къ основанію ея.

251. *Усѣченная треугольная призма состоитъ изъ трехъ пирамидъ, изъ которыхъ каждая основаніемъ имѣетъ основаніе DEF призмы, а верхомъ первая точку B , вторая A , а третья C .*

Съ самымъ малѣйшимъ вниманіемъ можно примѣтитъ, что усѣченная призма сія состоитъ изъ двухъ пирамидъ, изъ одной треугольной, которой верхъ будетъ въ точкѣ B , а основаніе треугольникъ DEF ; изъ другой четвероугольной, которой верхъ будетъ въ точкѣ B , а основаніе четвероугольникъ $ADFC$.

Если въ сѣмъ четвероугольникѣ проведется діагональ AF , то четвероугольная пирамида представится раздѣленною на двѣ треугольныя $BADF$ и $BACF$; но пирамида $BADF$ равна толщиною пирамидъ $EADF$, кои имѣя одно основаніе ADF , будутъ имѣть верхъ свой въ точкѣ E , потому что линія BE параллельна съ плоскостію ADF , и слѣд. обѣ сіи пирамиды будутъ одной высоты; но пирамида $EADF$ можетъ принята быть и за такую, которая имѣетъ основаніемъ

EDF , а верхомъ точку A ; почему и получаемъ мы уже при такой пирамиды, которую по предложенію нашему входятъ къ составленію усѣченной призмы; теперь остается намъ показать, что пирамида $BACF$ будетъ одинаковой толщины съ такою, которая имѣетъ основаніемъ EDF , а верхомъ точку C ; но сіе удобно доказать можно, проведши діагональ CD ; ибо обѣ сіи пирамиды $BACF$ и $EDCF$ имѣя верхи свои въ B и E на одной и той же линіи BE , параллельной съ плоскостію $ACFD$ ихъ основаній, будутъ имѣть и основанія ACF и CFD равныя, понеже они суть треугольники, стоящіе между параллельными AD и CF на одномъ основаніи FC ; почему пирамида $BACF$ равна пирамидѣ $EDCF$; но сія послѣдняя можетъ принята быть и въ видѣ такой, которая имѣетъ основаніемъ DEF , а верхомъ C ; слѣдовательно усѣченная призма состоитъ въ самой вещи изъ трехъ пирамидъ, изъ которыхъ каждая основаніемъ имѣетъ треугольникъ DEF , а верхомъ первая точку B , вторая A , а третья C .

252. И такъ, чтобъ сыскать толщину усѣченной треугольной призмы, надлежитъ изъ всѣхъ угловъ верхняго основанія опустить перпендикуляры на

нижнее основаніе, и помножить нижнее основаніе на третью сумму всѣхъ трехъ перпендикуляровъ.

253. Изъ предыдущаго предложенія можно вывести многія послѣдствія, служащія къ измѣренію не однихъ треугольныхъ, но и прочихъ усѣченныхъ призмъ, также и всякихъ другихъ тѣлъ; на примѣрѣ ежели изъ всѣхъ угловъ тѣла, ограниченного плоскими поверхностями, проведемъ на плоскость, произвольно взятую, перпендикуляры, то произойдетъ столько усѣченныхъ призмъ, сколько находится сторонъ въ томъ тѣлѣ; а какъ всякую призму по предписаннымъ правиламъ удобно вымѣрять можно, то и все тѣло, ограниченное плоскими поверхностями тѣмъ же способомъ вымѣрено быть можетъ.

254. На примѣрѣ требуется найти толщину тѣла ABCDHEFG (фиг. 131 и 132), состоящаго изъ двухъ усѣченныхъ треугольныхъ призмъ, коихъ бока AE, BF, CG; DH, пусть будутъ перпендикулярны къ основанію какого нибудь четырехугольника.

Вообразивъ діагональ EG, сходственную съ AC, получишь EFG $\times \frac{AE + BF + CG}{3}$ для толщины части, соотвѣтствующей треугольнику EFG; равнымъ образомъ получишь ENG $\times \frac{AE + DH + CG}{3}$ для толщины части, принадлежащей треугольнику ENG.

Часть II. A

255. Если триугольники EFG и ENG будут равны, какъ это случится можетъ въ параллелограммѣ, то $\frac{1}{2} EFGH \times \frac{2AE + 2CG + BF + DH}{3}$ будетъ представлять всю толщину.

256. Когда же оставивъ перпендикуляры AE, BF, и проч. тѣ же, на поверхности верхней вмѣсто сѣченія AC, сдѣлаешь сѣченіе BD; въ такомъ случаѣ толщина должна изобразиться $\frac{1}{2} EFGH \times \frac{2BF + 2DH + AE + CG}{3}$.

И когда сложивъ толщину сію съ предыдущею, возмешь изъ всего половину, то $EFGH \times \frac{BF + DH + AE + CG}{4}$ будетъ соответствовать средней толщинѣ между двумя тѣми, которыя сысканы по разнѣ для каждой фигуры.

257. Хотя послѣднее изображеніе сіе выводитъ правило, которому многіе практики послѣдуютъ при измѣреніи толщины такихъ тѣлъ, какія представлены фигурами 131 и 132; однакожъ явствуетъ, что правило сіе не весьма точно, и можно сказать даже, что оно производитъ часно великую погрѣшность; а дабы увѣриться опытомъ, то для примѣра положимъ, что въ фиг. 132 бока AE и GC никакой высоты не имѣютъ; и такъ $\frac{1}{2} EFGH \times \frac{BF + DH}{3}$ или $EFGH \times \frac{BF + DH}{6}$ должны представлять толщину тѣла изображеннаго фиг. 132; но по объявленному правилу надлежало бы ее представить чрезъ $EFGH \times \frac{BF + DH}{4}$; а какъ обѣ толщины сіи

находясь между собою какъ $\frac{3}{2} : \frac{1}{2}$ или $= 4 : 1$ были $= 2 : 3$, то слѣдуетъ, что найденная по послѣднему правилу толщина выходитъ половиною больше настоящей; правда что въ семъ случаѣ, гдѣ тѣло, какъ легко примѣнить можно, состоитъ изъ двухъ триугольных пирамидъ, правила сего употреблять не должно, совсемъ тѣмъ не меньше заключить

должно изъ сего простаго примѣра, что и въ другихъ случаяхъ оно не можетъ быть достаточнымъ.

258. Какъ мы не предполагали отнюдѣ, чтобъ ABC и ADC (фиг. 131 и 132) находились въ различныхъ плоскостяхъ, то все сказанное нами имѣетъ мѣсто, когда они будутъ находиться въ одной и той же плоскости; а понеже объявленное (254) имѣетъ также мѣсто, когда въ основаніи будетъ какой нибудь чешвероугольникъ, то изъ сего можно вывести способъ для измѣренія толщины понтона (фиг. 133).

Передъ и задъ понтона, стороны его, дно и верхнее отверстіе суть поверхности плоскія, и бока съ противоположащихъ сторонъ даны параллельныя линіи; отверстіе шире дна, и поному сдѣланное перпендикулярно сѣченіе представляетъ трапецію на пр. EFGH.

Ежели разсѣчется понтонъ перпендикулярно въ длину и по срединѣ, то изъ сказаннаго (254) явствуетъ, что каждая половина его будетъ состоять изъ двухъ усѣченныхъ треугольных призмъ, изъ которыхъ первая изобразится чрезъ $ENG \times \frac{AE + DH + CG}{3}$ или $ENG \times \frac{2AE + CG}{3}$, потому что AE равно DH. Равнымъ образомъ другая треугольная призма изобразится чрезъ $EFG \times \frac{2CG + AE}{3}$; почему весь понтонъ представлять будетъ величина $ENG \times \frac{2AE + CG}{3} + EFG \times \frac{2CG + AE}{3}$; а какъ глубина понтона извѣстна, то и общая высота обоихъ треугольниковъ найдется; послѣ чего удобно исчислить можно площади ихъ, и слѣд. толщину всего понтона. Примѣръ сего не умедлимъ показывать ниже.

О измѣреніи Толщины Тѣлъ Саженьми.

259. Вымѣрять толщину тѣла саженьми значить сыскать величину его въ куби-

ческихъ саженьхъ и кубическихъ частяхъ кубической сажени, то есть, въ кубическихъ фушахъ, въ кубическихъ дюймахъ и проч.

Кубическая сажень содержитъ 343 кубическихъ фушовъ, потому что она представляется такимъ кубомъ, которой въ длину, ширину и высоту имѣетъ по 7 фушовъ.

Кубической футъ состоитъ изъ 1728 кубическихъ дюймовъ, потому что онъ есть кубъ, имѣющій въ длину, ширину и высоту по 12 дюймовъ.

Кубической дюймъ, имѣя въ длину, ширину и высоту по 10 линѣй, заключаетъ въ себѣ 1000 кубическихъ линѣй; и такъ далѣе.

Почему, дабы вымѣрять толщину тѣла въ кубическихъ саженьхъ и кубическихъ частяхъ кубической сажени, надлежитъ привести всѣ при протяженія или измѣренія его въ самой меньшей сортъ мѣры; помножить между собою два какія нибудь, приведенныя такимъ образомъ протяженія, потомъ произведение сіе умножить опять на остальное шрешіе; а чтобы привести малѣйшій сортъ мѣры на примѣръ кубическіе скрупулы въ кубическія линѣи, въ кубическіе дюймы, кубическіе футы и кубическія

сажени, должно дѣлится попеременно на 1000, 1000, 1728 и 343; или дѣлится только на 1000, 1728 и 343, еслили малѣйшій сортъ мѣры будетъ данъ въ кубическихъ линѣяхъ.

П Р И М Ъ Р Ъ.

Требуется найти толщину параллелипипеда, имѣющаго въ длину 6с, 5ф, 7д; въ ширину 3с, 4ф, 8д; а въ высоту 10с, 2ф, 3д.

6с	5ф	7д	571 д.
3с	4ф	8д	308 д.
			175368 дд.
10с	2ф	3д	867 д.
			52477556 д.д.д.
152477556			1728
			5648 9 ффф.
88239			343
			88 257 ссс.

И такъ параллелипипедъ сей состоитъ изъ 257 ссс 88 ффф 564 ддд.

260. Показавъ во второмъ отдѣленіи сей Геометріи (152) способъ измѣренія площадей въ квадратныхъ поазахъ и частяхъ квадратнаго поаза, почитаемъ за нужное для тѣхъ же причинъ, о которыхъ упомянули тамъ, изъяснить его и здѣсь касательнo до исчисления толщины тѣлъ въ кубическихъ поазахъ и частяхъ кубическаго поаза.

Измѣреніе толщины въ кубическихъ поазахъ и частяхъ кубическаго поаза есть двоякое, первое точно сходствуетъ съ тѣмъ

которое мы показали (259) въ саженьхъ, щитая кубическими поазами, кубическими фушами, кубическими дюймами и проч.

Кубической тоазъ состоитъ изъ 216 кубическихъ фушовъ, потому что онъ есть кубъ длиною, шириною и высокою 6 фушовъ.

Кубической фушъ заключаетъ въ себѣ 1728 кубическихъ дюймовъ, потому что онъ есть кубъ длиною, шириною и высокою 12 дюймовъ.

Для той же причины кубической дюймъ содержитъ въ себѣ 1728 кубическихъ линій, и такъ далѣе.

На примѣръ, желая сыскать толщину параллелипипеда, коего длина 2Т 4Ф 8д, ширина 1Т 3Ф; а высота 3Т 5Ф 7д; поступаю какъ выше:

2Т 4Ф 8д 200д.

1Т 3Ф 0д 108д.

21600 дд.

3Т 5Ф 7д 283д

6112800 ддд.

6112800 | 1728

684 | 3537 ФФФ.

3537 | 216

81 | 16 ТТТ.

Параллелипипедъ сей заключаетъ 16 ТТТ 81 ФФФ 684 ддд.

261. Во второмъ способѣ измѣренія площади въ кубическихъ шоазахъ и частяхъ кубическаго шоаза, представляется кубической шоазъ раздѣленнымъ на шесть параллелипипедовъ, изъ которыхъ каждый имѣетъ основаніемъ квадратной шоазъ, а высокою футъ, и потому называется *футъ кубическаго шоаза*. Равнымъ образомъ представляется футъ кубическаго шоаза раздѣленнымъ на 12 параллелипипедовъ, коихъ основаніемъ служитъ квадратной шоазъ, а высокою дюймъ, и которые называются *дюймъ кубическаго шоаза*. Словомъ, кубической шоазъ представляется дѣлющимся безпрестанно на параллелипипеды, которые вообще всѣ имѣютъ основаніемъ квадратной шоазъ, а высокою или футъ или дюймъ или линью или скрупулъ и такъ далѣе, и называются *футъ кубическаго шоаза*, *дюймъ кубическаго шоаза*, *линья кубическаго шоаза*, *скрупулъ кубическаго шоаза* и проч.

Что касается до умноженій сего раздѣленія кубическаго шоаза, то они производятся такимъ же образомъ, какъ показано было для раздѣленія квадратнаго шоаза.

Чтожъ принадлежитъ до свойства единицъ производителей, то одного изъ нихъ

должно приниматьъ изображающимъ кубическіе шоазы, фушы кубическаго шоаза, дюймы кубическаго шоаза и проч. а другіе два за числа отвлеченныя, коихъ произведеніе покажетъ, сколько разъ должно повпорить перваго производителя.

Но чтобъ производить удобнѣе сіи умноженія, по оставляются въ производителяхъ тѣ же знаки шоаза, какіе они имѣютъ; по окончаніи же дѣйствія должно помнить, что произведеніе будетъ состоятъ уже изъ кубическихъ шоазовъ, фушовъ кубическаго шоаза и проч. Поступая, какъ при измѣреніи площадей, найду толщину слѣдующимъ образомъ.

П Р И М Ъ Р Ъ.

Требуется найти толщину того же параллелипипеда, которой показанъ былъ въ предыдущемъ примѣрѣ, по сему второму способу исчисленія.

	2Т	4Ф	8д.
	1Т	3Ф	
	2	4	8
За 3Ф . .	1	2	4
	4ТТ	1ТФ	0Тд.
	3Т	5Ф	7д.
	12	3	0
За 3Ф .	2	0	6
За 2Ф .	1	2	4
За 6д .	0	2	1
За 1д .	0	0	4
			2
Толщина .	16ТТТ	2ТТФ	3ТТд 2ТТд.

262. По исчисленіи полцины въ такихъ частяхъ шоаза не трудно превратить ихъ и въ кубическіе, то есть въ кубическіе футы, въ кубическіе дюймы и проч. Надлежитъ написать рядомъ подъ частями шоаза, начавъ съ фузовъ кубическаго шоаза, числа 36, 3, $\frac{1}{4}$, 36, 3, $\frac{1}{4}$, и помноживъ каждое верхнее число на соотвѣствующее ему нижнее, ставитъ произведенія чиселъ 36, 3, $\frac{1}{4}$, въ одинъ столпецъ съ первымъ; когда же по умноженіи на $\frac{1}{4}$ случится въ остаткѣ 1 или 2 или 3, тогда пишутъ подъ вторымъ числомъ 36 числа 432 или 864 или 1296, и составляютъ тѣмъ же порядкомъ сей другой столпецъ. Приравнявъ сіе къ предыдущему примѣру:

$$\begin{array}{r}
 16 \text{ ТТТ} \quad 2 \text{ ТТФ} \quad 3 \text{ ТТД} \quad 2 \text{ ТТЛ} \quad 0 \text{ ТТс.} \\
 \quad \quad \quad 36 \quad 3 \quad \frac{1}{4} \quad 36. \\
 \hline
 16 \text{ ТТТ} \quad 72 \text{ ФФФ} \quad . \quad . \quad . \quad 864 \text{ ддд.} \\
 \quad \quad \quad 9 \\
 \hline
 16 \text{ ТТТ} \quad 81 \text{ ФФФ} \quad 864 \text{ ддд.}
 \end{array}$$

Найдемъ тоже произведеніе, какъ въ первомъ случаѣ.

Умножаются футы кубическаго шоаза на 36 для того, что футъ кубическаго шоаза, имѣя основаніемъ квадрашную шоазъ, а высокою футъ, долженъ заключать въ себѣ 36 кубическихъ футовъ. Дюймъ кубическаго шоаза будучи 12-тая часть фуна кубическаго шоаза, долженъ состоять изъ 12-той части 36ти кубическихъ фузовъ, то есть изъ 3 кубическихъ фузовъ, и пошому дюй-

мы кубического шоаза слѣдуетъ помножить на 3 Равнымъ образомъ линѣ кубического шоаза будучи 12 пая часть дюйма кубического шоаза, должна заключать въ себѣ 12 шую часть 3 кубическихъ футовъ, или четверть кубического фута, или (какъ кубической футъ равенъ 1728 кубическимъ дюймамъ) должна она состоять изъ 432 ддд. Разсуждая такимъ образомъ увѣримся, что скоупулъ кубического шоаза будетъ состоять изъ 36 кубическихъ дюймовъ, попому что онъ есть 12 пая часть линѣ кубического шоаза, а сія послѣдняя равна 432 кубическимъ дюймамъ, которыхъ двенадцатая часть есть 36; слѣдовательно и проч.

263. И обратно, чтобъ привести кубическія части кубического шоаза въ футы кубического шоаза, въ дюймы кубического шоаза и проч. надлежитъ раздѣлить число кубическихъ футовъ на 36, и частное почитать за футы кубического шоаза: остатокъ, ежели случится послѣ сего дѣленія, раздѣлить на 3, чрезъ что получишь дюймы кубического шоаза. Остатокъ послѣ сего другаго дѣленія умножъ на 4 и къ произведенію прибавь 1 или 2 или 3, глядя по числу кубическихъ дюймовъ, ежели оно будетъ заключаться между 432 и 864, или между 864 и 1296, или между 1296 и 1728, отъ чего получишь линѣ кубическаго шоаза; на послѣдокъ выключивши изъ числа кубическихъ дюймовъ число 432 или 864 или 1296, судя попому сколько прибавлено было единицъ 1 или 2 или 3, по-

ступай съ остаткомъ также, какъ съ кубическими футами, и получишь по порядку скрупулы кубическаго шоаза, первые кубическаго шоаза, вторые кубическаго шоаза; наконецъ производи такимъ же образомъ дѣйствіе съ кубическими линіями и проч.

На примѣрѣ желая привести въ футы кубическаго шоаза, въ дюймы кубическаго шоаза и проч. число 47ТТТ 52ФФФ 932ААА, дѣлю 52 на 36, въ частномъ получаю 1ТТФ въ остаткѣ 16; дѣлю сей остатокъ на 3, въ частномъ нахожу 5ТТД, въ остаткѣ 1; множу 1 на 4 и къ произведенію прибавляю 2 единицы, попому что число кубическихъ дюймовъ заключается между 864 и 1296, и получаю 6ТТА: отнявши 864 изъ 932, въ остаткѣ выходитъ 68; дѣлю 68 на 36, и получаю 1ТТс и 32 въ остаткѣ; дѣлю 32 на 3, въ частномъ выходитъ 10ТТ' въ остаткѣ 2; множу сей остатокъ на 4 и получаю 8ТТ'', такъ что всего будешь 47ТТТ 1ТТФ 5ТТД 6ТТА 1ТТс 10ТТ' 8ТТ''.

264. Ежели же не относя толцины къ кубическому шоазу, пожелаешь представить ее въ частяхъ кубическаго фута, то можно такимъ же образомъ, вообразивъ кубической футъ составленнымъ изъ 12 параллелипипедовъ, изъ коихъ всѣ будутъ имѣть квадратной футъ основаніемъ, а дюймъ высокою, означивъ сіи параллелипипеды такъ *ффтд*, для показанія того, что они суть дюймы кубическаго фута. Для употребленія сего представляемъ слѣдующій примѣръ.

ПРИМѢРЪ для исчисленія толщины понтона.

Пусть будетъ (фиг. 133) самая большая ширина

ЕН 4 ф 4 а.

Меньшая FG 4 2.

Расстояние ихъ, или пуста́ша понтона 2 4.

Самая большая длина AI 18 0.

Меньшая CL 13 4.

И такъ 2 AI + CL 49 4.

и 2 CL + AI 44 8.

Вычисляю площади треугольниковъ ЕНГ и ЕFG, имѣющихъ общю высоту пуста́шу понтона, и нахожу какъ слѣдуетъ.

4 ф 4 а	4 а	4 а
2	4	
8	8	
за 4 а	1	5 4

4	2
2	4
8	4
за 4 а	1 4 8

Сумма 10 1 4

Сумма 9 8 8

Половина суммы 5 фф 0 фд 8 фл Тр. ЕНГ.

Половина сум. 4 фф 10 фд 4 фл Тр. ЕFG.

Умноживъ первую площадь на 2 AI + CL, а вторую на 2 CL + AI, возму изъ всего шреть, что представитъ толщину понтона.

5 фф 0 фд 8 фл	4 фф 10 фд 4 фл
49 4	44 8
247 8 8	213 10 8
за 4 а. 1 8 2 8	за бд. 2 5 2
сум. 249 фф 4 фф 10 фф 8 ффс	за 2 а. 0 9 8 8
	сум. 217 фф 1 фф 6 фф 8 ффс.

Сложивши обѣ суммы сѣи, и взявши изъ всего шреть, получаю 155 фф 6 фф 1 фл 9 фс 4 фф' за толщину понтона.

ПРИМѢРЪ для измѣренія толщины батареи.

Дабы сдѣлать еще приоровку изъ измѣренія толщинъ въ позахъ къ усѣченнымъ призмамъ, то пусть требуется найти количество земли, ну-

жное кЪ построенію эполементъ батареи о четы-
рехЪ пушкахЪ.

ПоложимЪ, что длина вЪ основаніи такой ба-
тарей дана 13Т 2Ф. Высота эполементъ внушри
обыкновенно бываетЪ 1Т 1Ф, а снаружи 1Т 0Ф 4д.
Внушренній скатЪ состоя изЪ трети внушренней
высошы, а наружный изЪ половины наружной вы-
сошы, первой долженЪ равняться 2Ф 4д, а второй
3Ф 2д; ширина основанія 3Т 5Ф 6д, почему шири-
на наружнаго верху эполементъ должна быть 3Т
0Ф 0д. Предполагается съ обихЪ сторонЪ эполе-
ментъ одинакой скатЪ съ внушреннимЪ, то есть
претъ внушренной высошы сзади и претъ наруж-
ной высошы спереди; такимЪ образомЪ внушренная
длина эполементъ кЪ верху будетЪ 12Т 3Ф 4д, а
наружная кЪ верху 12Т 3Ф 9д 4д.

Опредѣливши протяженія сіи, можно почитать
полстоу батареи (сдѣлавЪ исключеніе амбразурамЪ)
за усѣченную призму, вЪ которой перпендикуляр-
ное кЪ длинѣ сѣченіе предѣлавимЪ прапедію EFGH
(фиг. 134), и которой

Основаніе HE будетЪ	3Т	5Ф	6д
Внушренній скатЪ НК	0	2	4
Высота GK отЪ угла G	1	1	0
Наружной скатЪ IE	0	3	2
Высота IF отЪ угла F	1	0	4.

По томЪ вообразивЪ, что сѣченіе сдѣлано по
серединѣ длины, отЪ чего дѣлая призма раздѣли-
ся на двѣ другія прямыя усѣченныя, совершенно
между собою равныя, и изЪ которыхЪ каждая будетЪ
имѣть основаніемЪ прапедію EFGH; предѣлавъ на-
ко-недЪ себѣ діагональ GE, то по объявленному (254)
площина одной половины выйдетЪ, когда треуголь-
никЪ EFG умножится на $\frac{1}{2}$ суммы трехЪ боковЪ,
соотвѣствующихЪ съ той стороны призмы уг-
ламЪ F, E, G, и кЪ произведенію сему прибавится
произведеніе треугольника EGH, помноженного ша-
кимЪ же образомЪ на $\frac{1}{2}$ трехЪ боковЪ простираю-
щихся отЪ угловЪ E, G, H; на послѣдокЪ удвоивЪ
сію сумму, получишь площину всей призмы. А
какЪ сіи бока суть половины длинЪ, которыя со-

ошвѣтспивуюшѢ шѢмѢ угламѢ, или суть бока цѢ-
лой призмы, то явствуешѢ, что дѣйствіе совер-
шено быть можетѢ также помноженіемѢ преуголь-
ника EFG на шрель суммы шрехѢ цѢлыхѢ боковѢ,
простирающихся чрезѢ углы E, F, G, и преуголь-
ника EGH на шрель суммы шрехѢ боковѢ, которые
продолжаются чрезѢ углы E, G, H, и сложеніемѢ
сихѢ двухѢ произведеній.

Но бока сїи ошносишельно кѢ угламѢ суть
слѣдующіе:

Бока	при E	13	T	2	Ф	0	4	0	4
	при G	12		3		4		0	
	при F	12		3		9		4	
	при H	13		2		0		0	
Треть шрехѢ боковѢ при E,									
F G	будетѢ	12	T	5	Ф	0	4	5	4
Треть шрехѢ боковѢ при E,									
G, H,	будетѢ	13	T	0	Ф	5	4	4	4

Теперь стоимѢ только найти площади преуголь-
никовѢ EFG и EGH; но площадь втораго не осно-
римо, должа равна бысть $\frac{HE \times GK}{2}$, а перваго разности
между чепвероугольникомѢ EFGH и преугольникомѢ
EGH, то есть $EK \times \frac{1}{2} FI - EI \times \frac{1}{2} GK$; и пакѢ
по даннымѢ мѢрамѢ сыщется, какѢ слѣдуешѢ.

ТреугольникѢ EGH	2	TT	1	T	Ф	8	T	6	T	0	Te.
EK $\times \frac{1}{2} FI$	1		5		2		0			8	
EI $\times \frac{1}{2} GK$	0		1		10		2			0	
ТреугольникѢ EFG	1		3		3		10			8	

Почему призма,
соошвѣтспивующая
преугольнику EGH

будетѢ 29 TTT 5 TTФ 2 TTD 8 TT4 2 TTc 8 TT'

А призма, соошвѣт-
ствующая преу-
гольнику FGE 19.

5. 8. 7. 2. 1.

Толщина баша-
рей 49

TTT 4 TTФ 11 TTD 5 TT4 4 TTc 9 TT'

Чпозжѣ касается до амбразурѣ, шо предположивѣ, что основаніе ихѣ горизонтально, что внутреннее отверстіе сверху и снизу равно 2 ф, наружное 9 ф внизу, а 12 ф 6 д вверху, что высота амбразуры съ внутренней стороны батареи 3 ф 6 д; когда вообразимѣ каждую амбразуру перпендикулярно разсѣченною къ длинѣ батареи, шо увидимѣ, что профиль ея можеть изображиться чешвероугольникомѣ FGDM (фиг. 134), въ которомѣ GO будетѣ 3 ф 6 д, FN 2 ф 10 д, а скапы DO 1 ф 2 д, NM 1 ф 5 д; послѣ чего DM найдемся 3 Т 2 ф 7 д; а какѣ амбразура представляетѣ также усѣченную призму, которой просяженія теперь всѣ уже извѣсны, шо посредствомѣ предыдущаго исчисленія найдемся толщина чешырехѣ амбразурѣ 6 ТТТ 3 ТТФ 1 ТТд 6 ТТд 3 ТТе 1 ТТ. И такѣ выключивши сію толщину изѣ вышенайденной толщины батареи, въ останкѣ получишь 43 ТТТ 1 ТТФ 9 ТТд 9 ТТд 1 ТТе 8 ТТ. за шо количество земли, которое нужно на построение окопѣнна; послѣ чего не трудно также заключить и о числѣ работниковѣ, кои нужны для построенія сей батареи въ опредѣленное время, знаяши опыномѣ, что при человекѣ безѣ обремененія себя могутѣ вырыть и вывезти на батарею одинѣ кубической тоазѣ земли въ 18 часовѣ.

265. Поелику для сысканія толщины въ призмѣ, надлежитѣ умножить площадь основанія ея на высоту; шо слѣдуетѣ, что знаяши толщину и основаніе или высоту, ежели потребуется найти высоту или основаніе, должно раздѣлить толщину на которагонибудь изѣ шѣхѣ двухѣ производителей; впрочемѣ надлежитѣ примѣчать, что въ самой вещи толщина не дѣлится на площадь или высоту, но что она дѣлится на толщину же; ибо изѣ прежде сказаннаго понять можно, что при исчисленіи какойнибудь

толщины повторається другая толщина одинаковаго съ первую основанія столько разъ, сколько высота сей послѣдней содержится въ высотѣ первой, или повторається другая толщина одинакой высоты столько разъ, сколько площадь основанія сей содержицца въ основаніи той. И такъ, зная толщину и площадь основанія, когда пожелаешь найти примѣръ высоту, надлежитъ сыскать сколько разъ данная толщина содержится въ себѣ другую толщину одного съ нею основанія, но коей высота будетъ единица; частное означитъ числомъ своихъ единицъ число частей высоты.

Предположивъ сіе, ежели въ призмѣ, коей на примѣръ толщина дана 16 ТТТ 2 ТТФ 3 ТТд 2 ТТл, а площадь основанія 12 ТТ 6 ТФ 6 Тд, потребуется узнать высоту; но принявъ дѣлителя не за 12 ТТ 6 ТФ 6 Тд, но за 12 ТТТ 6 ТТФ 6 ТТд; вопросъ рѣшится раздѣленіемъ 16 ТТТ 2 ТТФ 3 ТТд 2 ТТл на 12 ТТТ 6 ТТФ 6 ТТд; а какъ квадратной поазъ есть общій производитель, то частное произойдетъ такое же, какъ бы дѣлимое и дѣлитель означали линейные поазы; следовательно должно дѣлить просто 16 Т 2 Ф 3 д 2 л на 12 Т 6 Ф 6 д, то есть на 12 Т; примѣръ же сила вопроса показываетъ, что частное должно состоять изъ линейныхъ поазовъ, и для того дѣйствіе дѣленія совершится по предписаннымъ правиламъ (Арне. 118. и слѣд.).

Ежели толщина и высота будутъ даны, и потребуется сыскать площадь основанія, на примѣръ толщина была бы 16 ТТТ 2 ТТФ 3 ТТд 2 ТТл, а высота 2 Т 4 Ф 8 д; то принявъ дѣлителя за 2 ТТТ 4 ТТФ 8 Тд, и по той же причинѣ, какъ въ

предыдущемъ случаѣ дѣйствіе произведено будетъ раздѣленіемъ 16 Т 2 ф 3 д 2 л на 2 Т 4 ф 8 д; но какъ въ частномъ непремѣнно должна выйти площадь, того ради частное сіе почишашъ не за линейные уже псазы, но за квадратные псазы, псазы футны и проч. Впрочемъ способъ производства дѣйствія остается тотъ же въ силу показанныхъ правилъ (Ариф. 118. и слѣд.) съ тою только перемѣною, что въ частномъ, которое выходилъ такое, какъ бы оно должно изображать линейные псазы, прибавишь должно къ знаку каждой части букву Т. На примѣрѣ сыскавши частное 5 Т 5 ф 4 д 6 л, напишу его 5 ТТ 5 Тф 4 Тд 6 Тл.

266. Когда толщина и основаніе или высота будутъ даны въ саженьяхъ, и потребуются найти высоту или основаніе; въ такомъ случаѣ для высоты надлежитъ привести кубическую мѣру толщины въ самой малѣйшій сортъ, на пр. въ кубическіе дюймы, кубическія линѣи и проч. а площадь основанія въ такой же сортъ квадратной мѣры; по томъ раздѣлить толщину на площадь основанія, и частное щипашъ за высоту въ линейной мѣрѣ того же самого сорта.

Напримѣръ положивъ, что толщина параллелипипеда дана 257 сс 88 фф 564 ддд, а площадь основанія его 24 сс 45 фф 44 дд, найду высоту сего тѣла поступая такъ:

257 сс 88 фф 564 ддд 152477556 ддд.
24 сс 45 фф 44 дд 175868 дд.
И принявъ оба сіи количества за линейные дюймы, дѣлю обыкновеннымъ порядкомъ:

$$\begin{array}{r|l} 152477556 & 175868 \\ \hline & 867 \text{ д} \end{array}$$

Часть II. М

ваетъ то, что каждое изъ сихъ тѣлъ равно произведенію основанія своего на высоту, какой бы впрочемъ фигуры не было основаніе его.

И такъ призмы или цилиндры, или призмы и цилиндры одной высоты содержатся между собою, какъ ихъ основанія; но призмы и цилиндры одного основанія содержатся, какъ ихъ высоты; ибо содержаніе не переѣмнится, еслии въ произведеніяхъ основаній на высоты опустится общій множитель.

Равнымъ образомъ двѣ какія нибудь пирамиды или два конуса, или пирамида и конусъ одинакаго основанія будутъ содержаться между собою, какъ ихъ высоты; потому что они суть трети призмъ одного съ ними основанія и одной высоты.

269. Толщины подобныхъ пирамидъ содержатся между собою, какъ кубы высотъ сихъ пирамидъ, или вообще какъ кубы сходственныхъ боковъ ихъ.

Двѣ подобныя пирамиды представлены бытъ могутъ двумя сими $IABCF$, $iabcf$ (фиг. 108), потому что онѣ состоятъ изъ одно-

то числа подобныхъ споронъ и сходственно расположенныхъ. Но пирамиды вообще содержатся, какъ произведенія оснований ихъ на высоты; основания же у сихъ будучи фигуры подобныя, находясь между собою, какъ квадраты высотъ IP , Ip (202); почему пирамиды сіи будутъ содержаться, какъ произведенія квадратовъ высотъ на тѣ же высоты, понеже (99) за содержаніе оснований можно принять содержаніе квадратовъ высотъ. А какъ (199) высоты суть пропорціональны всѣмъ прочимъ сходственнымъ протяженіямъ, то и кубы ихъ будутъ пропорціональны также кубамъ тѣхъ сходственныхъ протяженій (Ариѳ. 181). И такъ явствуетъ, что вообще двѣ подобныя пирамиды содержатся между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ протяженій.

270. И вообще толщины двухъ подобныхъ тѣлъ содержатся между собою, какъ кубы сходственныхъ боковъ тѣхъ тѣлъ. Понеже подобныя тѣла могутъ раздѣлены быть на равное число подобныхъ между собою пирамидъ; а какъ каждая двѣ изъ тѣхъ подобныхъ пирамидъ находясь въ одинакомъ содержаніи, потому что онѣ будутъ между собою, какъ кубы ихъ сходственныхъ протяженій, а сіи

будутъ въ томъ же содержаніи, какъ два другія сходственныя пропяхенія; то слѣдуетъ, что и сумма пирамидъ первато тѣла къ суммѣ пирамидъ другаго содержится почно пакъ, какъ кубы сходственныхъ ихъ пропяхеній.

Наконецъ заключимъ изъ сего, что и *толщины шаровъ будутъ находится между собою, какъ кубы ихъ полуперешниковъ или поперешиниковъ.*

Сіи правила могутъ служить способомъ къ рѣшенію вопросовъ слѣдующаго свойства.

1 е. *Знаяши еѣсь кубическаго фута пороху, най-ти бокъ кубической камеры, долженствующей помѣстить еѣ себѣ данной еѣсь пороху.*

Тяжести разныхъ величинъ одного рода вещества будучи пропорціональны величинамъ, будутъ также пропорціональны и кубамъ пропяхеній ихъ, когда величины тѣ подобны.

Такимъ образомъ положивъ, что кубической футъ пороха вѣситъ 64 фунта, когда потребуется узнать бокъ кубической пороховой камеры, содержащей 10 фунтовъ пороху, посылай сію пропорцію 64:10, какъ кубъ 1 къ четвертому пропорціональному члену, которой будетъ кубъ искомаго бока; слѣд. онъ будетъ $\frac{10}{64}$, кубической его корень $\sqrt[3]{\frac{10}{64}}$, или оф, 538, или оф 64 51 желаемый бокъ.

2 е. *По извѣстному еѣсу двухъ ядеръ и диаметру одного, сыщется диаметръ другаго слѣдующимъ образомъ.*

На примѣрѣ діаметрѣ 24 фунтоваго ядра данѣ 5д 5л 4с или 54, 444; требуется знать діаметрѣ 12 фунтоваго ядра.

Понеже толщины должны содержаться $\equiv 24$: 12 или 2:1; слѣд. и кубы діаметровѣ должны бытъ также $\equiv 2$:1; такимъ образомъ изъ упрощеннаго логариема 5,444 вычитаю логариемѣ 2хѣ, и получаю 1,906724, котораго претѣ 0,635575 прѣисканная съ характеристиккою, увеличенною 3 единицами будетѣ опивчаеиъ 4321; слѣд. искомый діаметрѣ равенѣ 4д, 321 или 4д 3л 1ос.

Помощію сихъ же правилѣ можно рѣшить и слѣдующіе два вопроса; но доказанное предложеніе (246) сопровождаетѣ насѣ къ легчайшему рѣшенію, и именно: *найти діаметрѣ шара, когда дана толщина его 10 кубическихъ футовѣ.*

Посылай 11:21 \equiv 10 къ четвертому пропорціо-
нальному члену, которой будетѣ кубѣ требуемаго
діаметра; и извлеки кубическѣй корень, полу-
чишь просно діаметрѣ. Производя дѣйствіе въ
логариемахъ, сыщешся такимъ образомъ:

Лог. 10	1,000000
Лог. 21	1,322219
Сумма	2,322219
Лог. 11	1,041393
Разность	1,280826
когого претѣ	0,426942.

прѣисканная съ характеристиккою, увеличенною
према единицами, опивчаеиъ 2ф, 673 или 2ф 8л
04 11с желаемому діаметру.

Симъ же способомъ можно опредѣлить діаметрѣ
свинцовыхъ пуль по числу ихъ на фунтѣ.

На примѣрѣ зная, что кубической футѣ
свинцу вѣсипѣ 828 фунтовѣ, желаю найти діа-
метрѣ пули такой, какихъ находится 16 въ
фунтѣ.

Когда 16 пуль находится въ фунтѣ, то 16 разѣ 828 или 13248 будетъ содержаться ихъ въ кубическомъ фунтѣ, и слѣд. толщина каждой будетъ $\frac{1}{13248}$ часть кубическаго фута.

И такъ посылаю сію пропорцію $11:21 = \frac{1728}{16 \times 828}$ къ четвертому члену, то есть къ кубу желаемого діаметра; или приведя кубической фунтъ въ кубическія линіи, дѣлаю послыку $11:21 = \frac{1728 \times 17.8}{16 \times 828}$

къ четвертому члену $\frac{1728 \times 1728 \times 21}{16 \times 828 \times 11}$

Производя въ логарифмахъ

Лог. 16 . . . 1,204120.	Лог. 1728 6,475088
Лог. 828 . . . 2,918030.	Лог. 21 1,322219
Лог. 11 . . . 1,041393	Сумма 7,797307
Сумма . . 5,163543.	5,163543
	Разн. 2хъ суммъ . . 2,633764
	Треть сего 0,877921.

прѣисканная съ характеристикою, увеличенную двумя единицами, означаетъ 74,55 или 74 $\frac{65}{3}$ діаметру каждой пули.

И такъ припомнивъ все прежде сказанное, явствуетъ 1 е. что окруженія подобныхъ фигуръ находящаяся въ простомъ содержаніи сходственныхъ линій. 2 е. Что площади подобныхъ фигуръ содержащаяся, какъ квадраты сходственныхъ боковъ или линій. 3 е. Что толщины подобныхъ тѣлъ содержащаяся, какъ кубы сходственныхъ линій.

Почему ежели въ двухъ подобныхъ тѣлахъ, на примѣръ въ двухъ шарахъ, діаметры были бы въ содержаніи 1:3, то окружности большихъ круговъ ихъ будутъ также въ содержаніи 1:3; но поверхности

сихъ шаровъ будущъ уже содержаться какъ 1:9, а толщины какъ 1:27; то есть, что окружность большого круга второго шара будетъ въ семь случаевъ второе больше окружности большого круга первого; поверхность второго вдевятьеро поверхности первого; напоследокъ второй шаръ будетъ равенъ 27 такимъ, каковъ первый.

Понеже поверхности подобныхъ тѣлъ содержатся, какъ квадраты сходственныхъ линій; то сходственные сии линіи будутъ между собою какъ квадратные корни изъ тѣхъ поверхностей; а тѣла находясь между собою, какъ кубы сходственныхъ линій, будутъ также содержаться, какъ кубы квадратныхъ корней тѣхъ поверхностей. Почему поверхности будутъ содержаться также, какъ квадраты кубическихъ корней тѣлъ.



ПЛОСКАЯ ТРИГОНОМЕТРИЯ.

271. *Тригонометрія плоская* есть часть Геометріи, которая учитъ по даннымъ премъ изъ шести частей прямолинейнаго преугольника опредѣлять или находить три прочія его части, ежели по возможно.

Ежели возможно, говорю я, ибо по извѣстнымъ премъ угламъ на примѣрѣ, не можно опредѣлить боковъ. Истина сего явствуетъ изъ того, что изъ какой бы точки Р, взятой на боку АВ преугольника АВС (*фиг. 135*), въ которомъ положимъ извѣстны будутъ три угла, не была проведена линія РЕ, параллельная съ основаніемъ его АС, всегда произойдетъ другой преугольникъ АРЕ такой, который будетъ имѣть съ первымъ АВС одинакіе углы; а какъ явствуетъ также, что можно сдѣлать безчисленное множество преугольниковъ, имѣющихъ одинакіе углы, то надлежало бы въ заключеніи рѣшенія произойти вдругъ безчисленному множеству различныхъ боковъ.

И такъ требованіе сіе остается несогласнымъ неопредѣленнымъ. Однакожъ въ послѣд-

ствѣи увидимъ, что ежели невозможно опредѣлить величины боковъ, то можно опредѣлить по крайней мѣрѣ содержаніе ихъ между собою.

Когда же между извѣстными или данными частями будетъ находиться боковъ, то можно опредѣлить все прочее. Но и тутъ встрѣчается случай, гдѣ остается нѣчто не опредѣленнымъ, и именно:

Въ треугольникѣ ABC (фиг. 135), въ которомъ положимъ извѣстны два бока AB и BC , и уголъ A противоположенный одному изъ тѣхъ боковъ, не можно опредѣлить величины угла C и бока AC до тѣхъ поръ, пока не узнаемъ объ уголѣ C какой онъ, тупой или острый; ибо ежели изъ точки B какъ изъ центра опишется радіусомъ, равнымъ боку BC , дуга CD , по томъ отъ точки D , въ которой дуга пересѣкаетъ AC , проведется BD ; то отъ сего произойдетъ новый треугольникъ AED , въ которомъ будетъ извѣстно все то же, что и въ треугольникѣ ABC , и именно уголъ A , боковъ AB и боковъ BD равный BC ; почему въ немъ опредѣлить должно тотъ же уголъ BDA , какъ и въ треугольникѣ ABC уголъ C .

Но великая находится разница между симъ и предыдущимъ случаемъ, ибо здѣсь можно назначить величину угла C и угла BDA , какъ мы послѣ по увидимъ, только не можно опредѣлить того, какую именно изъ двухъ величинъ принять должно, и какой фигуры долженъ быть треугольникъ. И такъ сверхъ прехъ данныхъ частей надобно еще знать объ искомомъ углу какой онъ, тупой или острый. Между прочимъ замѣнить здѣсь можемъ также, что оба угла C и BDA , подлежащіе разсужденію, суть дополненіемъ одинъ другаго; понеже BDA служилъ дополненіемъ BDC , а сей равенъ углу C по той причинѣ, что треугольникъ BDC сдѣланъ равнобедренный.

272. Какъ въ выкладкахъ, относящихся до треугольниковъ, употребляются не самые углы, но линіи, которыя хотя имѣютъ углы и не пропорціональны, однакожъ весьма много способствуютъ въ исчисленіяхъ, потому что, какъ увидимъ вскорѣ, онѣ пропорціональны бокамъ треугольниковъ; по за приличное почитаемъ прежде всего дать знать о свойствахъ сихъ линій, и показать, какъ онѣ могутъ приняты быть вмѣсто угловъ.

О Синусахъ, Косинусахъ, Тангенсахъ,
Котангенсахъ, Секансахъ и Косе-
кансахъ.

273. Перпендикулъ AP (фиг. 136), опущенный отъ конца дуги AB на полупоперешникъ BC , проведенный къ другому концу B той дуги, называется *прямой синусъ* или просто *синусъ* дуги AB или угла ACB .

Часть BP полупоперешника, заключающаяся между симъ *синусомъ* и концомъ дуги, именуется *обращенной синусъ*.

Часть BD перпендикуляра, стоящего на концъ полупоперешника, содержащаяся между симъ полупоперешникомъ BC и продолженнымъ CA , называется *тангенсъ* дуги AB или угла ACB .

Линія CD , продолженный радіусъ CA до тангенса, называется *секансъ* дуги AB или угла ACB .

Если проведемъ полупоперешникъ CF перпендикулярно къ CB , и изъ конца его F перпендикуляръ FE , пересекающій въ точкѣ E продолженный радіусъ CA , напоследокъ поставимъ перпендикуляръ AQ къ CF ; то слѣдуетъ изъ предыдущихъ опредѣленій,

что AQ будетъ синусъ, FQ синусъ обращенный, FE тангенсъ, и CE секансъ дуги AF или угла ACF .

Но какъ уголъ ACF есть дополненіемъ ACB , понеже оба сіи углы составляютъ вмѣстѣ прямой, то по сему можно заключить, что AQ есть синусъ дополненія, FQ синусъ обращенный дополненія, FE тангенсъ дополненія; а CE секансъ дополненія дуги AB или угла ACB .

А чтобы сократить наименованія сіи, то по общему всѣхъ согласію синусъ дополненія называется *косинусомъ*, синусъ обращенный дополненія *обращеннымъ косинусомъ*, тангенсъ дополненія *котангенсомъ*, секансъ дополненія *косекансомъ*. Такимъ образомъ линѣи AQ , FQ , FE , CE будутъ называться косинусъ, косинусъ обращенный, котангенсъ и косекансъ дуги AB или угла ACB ; и слѣд. линѣи AP , BP , BD и CD могутъ равно именоваться косинусъ, косинусъ обращенный, котангенсъ, косекансъ дуги AF или угла ACF ; потому что AB служитъ дополненіемъ AF также, какъ AF служитъ дополненіемъ AB .

Когда будетъ идти рѣчь объ углахъ или дугахъ, то для означенія упомянутыхъ

линей, къ нимъ принадлежащихъ, постав-
ляя въ всегда будемъ предъ буквами, слу-
жащими къ названію того угла или той ду-
ги, сія сокращенныя выраженія *син. кос.*
танг. кот. и проч. И такъ *син. АВ* бу-
детъ означать синусъ дуги АВ; *син. АСВ*
будетъ означать синусъ угла АСВ; рав-
нымъ образомъ *кос. АВ*, *кос. АСВ* будутъ
означать косинусъ дуги АВ, косинусъ угла
АСВ; для означенія же полуперешника
употреблять будемъ букву R.

274. Изъ сего явствуетъ 1^е. что ко-
синусъ АQ какой нибудь дуги АВ ра-
венъ части СР радіуса, содержащейся
между центромъ и синусомъ.

2^е. Что синусъ обращенной ВР ра-
венъ разности между полуперешни-
комъ и косинусомъ.

3^е. Что синусъ какой нибудь дуги
ВА равенъ половинѣ хорды АG двойной
дуги АВG. Ибо радіусъ СВ будучи перпен-
дикуляренъ къ хордѣ АG, раздѣляетъ ее и
дугу ея на двѣ равныя части (52).

275. Изъ сего послѣдняго предложенія
слѣдуетъ, что синусъ 30 градусоевъ ра-
венъ половинѣ радіуса; потому что онъ

долженъ состоятъ изъ половины хорды 60 градусовъ, или изъ бока шестіугольника, которой, какъ мы видѣли (93), равенъ радіусу.

276. Тангенсъ 45 градусовъ равенъ полуперпендику. Ибо когда уголъ ACB есть 45 градусовъ, то и уголъ CDV будетъ 45 градусовъ, потому что уголъ CBD есть прямой; почему треугольникъ CBD будетъ равнобедренной, и слѣд. BD будетъ равно CB .

277. По мѣрѣ какъ дуга AB или уголъ ACB увеличиваются, синусъ AP увеличивается также, но косинусъ AQ или CP уменьшается до тѣхъ поръ, пока дуга AB сдѣлается 90 градусовъ; тогда синусъ AP превращается въ FC , то есть, становится равенъ радіусу, а косинусъ нулю, потому что когда точка A упадетъ въ E , перпендикуляръ AQ совсѣмъ уничтожается.

Чтожь касается до тангенса BD и котангенса FE , то легко видѣть можно, что тангенсъ увеличивается безпрестанно, а котангенсъ напротивъ того уменьшается, такимъ при томъ образомъ, что когда дуга AB сдѣлается 90 градусовъ, тангенсъ ея становится безконечнымъ, а котангенсъ со-

всѣмъ уничтожается; ибо чѣмъ больше дуга АВ увеличивается, тѣмъ далѣе точка D отходитъ отъ СВ; когда же А будетъ въ безконечно маломъ разстояніи отъ F, тогда обѣ линіи CD и BD сплывающія почти параллельными, и пересѣкающія въ безпредѣльномъ разстояніи; изъ сего слѣдуетъ, что BD будетъ безконечна, когда точка А упадетъ въ точку F.

278. И такъ для дуги 90 градусоѵ синусъ долженъ быть равенъ полупоперешнику, косинусъ нулю, тангенсъ есть безпредѣльный, а котангенсъ равенъ нулю.

Какъ синусъ 90 градусоѵ есть самый большой изъ всѣхъ синусоѵ, то называется для отличности отъ другихъ *цѣлый синусъ*; такимъ образомъ шроекое названіе сіе: *синусъ 90 градусоѵ, полупоперешникъ и синусъ цѣлый* означаютъ одно и тоже.

279. Когда дуга АВ превосходитъ 90 градусоѵ (фиг. 137), въ такомъ случаѣ синусъ ея АР уменьшается, а косинусъ АQ или СР, упадающій по другую сторону центра относительно къ точкѣ В, увеличивается до тѣхъ поръ, пока дуга АВ сдѣлается 180 градусоѵ, и тогда синусъ

уничтожается; а косинусъ становится равенъ полуноперешнику. Явствуетъ также, что синусъ AP и косинусъ CP дуги AB или угла ACB больше, нежели 90 градусовъ, принадлежащихъ также и дугѣ AN или углу ACH меньше 90 градусовъ, и которой служивъ дополненіемъ предыдущему; такъ что *за синусъ и косинусъ тупаго угла принимается синусъ и косинусъ его дополненія*. Но надлежитъ твердо помнить, что косинусъ принимаетъ противное положеніе тому, какое бы онъ имѣлъ въ дугѣ, или углѣ меньше 90 градусовъ.

Чтожъ касается до тангенса, то, какъ онъ опредѣляется (273) пересѣченіемъ перпендикуляра BD (фиг. 136) продолженнымъ радіусомъ CA , явствуетъ, что въ дугѣ AB (фиг. 137) больше 90 градусовъ, онъ долженъ быть тотъ же BD ; ибо поставивши перпендикуляръ HI , легко видѣть можно, что треугольникъ CBD равенъ треугольнику CHI и слѣд. BD равенъ HI .

280. Итакъ тангенсъ дуги или угла больше 90 градусовъ есть тотъ же самой, какой служитъ дополненію той дуги; съ сею только разностию, что онъ проводится по другую сторону радіуса BC . Котангенсъ EF будетъ также одинаковъ съ

Часть II.

Н

котангенсомъ дополненія, различествуя съ нимъ шѣмъ только, что принимаетъ противоположное положеніе въ дугѣ АВ или углѣ АСВ меньше 90 градусовъ. Зѣсь явствуетъ еще по выше упомянутой причинѣ, что тангенсъ 180 градусовъ уничтожается, а котангенсъ становится безконечнымъ.

О Таблицахъ Синусовъ, Тангенсовъ и проч.

281. Вообразимъ себѣ, что четверть окружности ВЕ (фиг. 1:6) была бы раздѣлена на дуги 1', то есть на 5400 равныхъ частей, и отъ каждой точки раздѣленія опущены перпендикуляры или синусы такіе на пр. какъ АР на радіусъ ВС; представимъ также, что и радіусъ сей ВС раздѣленъ на весьма великое число равныхъ частей на пр. на 100000; изъ сего слѣдуетъ, что каждый перпендикуляръ долженъ содержать нѣкоторое число частей радіуса. По томъ ежели бы какимъ нибудь образомъ нашли средство опредѣлить число частей каждаго перпендикуляра, то безъ всякаго сомнѣнія можно было бы для означенія величины угловъ употреблять сіи линіи, такъ что, ежели бы написавъ по порядку въ столпцѣ всѣ минуты, начиная отъ нуля до 90 градусовъ, приписано было также въ столпцѣ по спорону противъ каждой минуты число частей

соотвѣствующаго перпендикуляра, можно было бы посредствомъ сей таблицы опредѣлить число градусовъ каждаго угла, коего число частей перпендикуляра или синуса известно; и обратно, зная число градусовъ и частей градуса всякаго угла, можно было бы опредѣлить число частей синуса его. Сія таблица имѣла бы свою пользу не только для вѣхъ дугъ или угловъ, которыхъ радиусъ содержитъ равное число частей тому, какое мы положили для полуперпендикуляра, по которому сочинены таблицы; но и для всякой другой, которой только радиусъ будетъ известенъ; на пр. положимъ, что въ углѣ DCG (фиг. 143) бокъ или радиусъ CD данъ 8 футовъ, а перпендикуляръ DE 3 футовъ, и представимъ, что CA былъ бы радиусъ, по которому сочинены таблицы; то вообразивъ дугу АВ и перпендикуляръ AP, сей перпендикуляръ будетъ синусъ таблицъ; но легко узнать можно, какого числа частей будетъ сей перпендикуляръ, ибо въ подобныхъ треугольникахъ CDE, CAP (по причинѣ параллельныхъ DE и AP) посылаетъ $CD : DE = CA : AP$, то есть, $8 \text{ ф.} : 3 \text{ ф.} = 100000 : AP$; нахожу (Арие 166) AP 37500; теперь стоитъ только приискать число сіе въ таблицахъ, и стоящее подлѣ сего числа по сплорону другое покажетъ,

сколькихъ градусовъ и минутъ будетъ уголъ DCG или DCE.

И обратно, ежели дано будетъ число градусовъ и минутъ угла DCG и радиусъ его CD, тѣмъ же способомъ опредѣлится величина перпендикуляра DE; ибо зная число градусовъ и минутъ сего угла, найди число частей перпендикуляра или синуса AP, соотвѣствующаго тому числу градусовъ; и тогда въ силу подобныхъ треугольниковъ CAP, CDE, посылай сію пропорцію $CA : AP = CD : DE$; получишь DE, понеже три первые члена CA, AP, CD известны, и именно CA и AP по таблицамъ, а CD дано въ фузахъ.

По сему явствуетъ, что линѣи, которыя, какъ сказали мы выше (272), можно принимать вмѣсто угловъ, суть ничто иное, какъ синусы.

282. Не одни однакожъ синусы только, но и тангенсы и самые даже секансы употребляются. Сіи послѣднія линѣи удобно сыскиваются, ежели будутъ найдены всѣ синусы; ибо въ подобныхъ треугольникахъ CPA, CBD можно вывести слѣдующія двѣ пропорціи:

$$CP : PA = CB : BD$$

$$\text{и } CP : CA = CB : CD$$

по естъ (замѣшивъ что CP равно AQ)

$$\text{кос. } AB : \text{син. } AB = R : \text{танг. } AB.$$

$$\text{и кос. } AB : R = R : \text{сек. } AB.$$

Но явствуетъ, что въ каждой изъ сихъ двухъ пропорцій при первые члена извѣстны, понеже косинусъ дуги тоже самое, что и синусъ дополненія ея; почему легко найдется величина тангенсовъ и секансовъ, а по томъ котангенсовъ и косекансовъ, кои не иное что суть, какъ тангенсы и секансы дополненія.

Книги, содержащія величины всѣхъ сихъ линій, о которыхъ мы теперь разсуждали, называются таблицами синусовъ; онѣ не только что содержатъ числа величинъ всѣхъ линій, но и логарифмы ихъ, которые весьма часто пославляются также на мѣсто первыхъ. И такъ обратимъ вниманіе на правила, по которымъ таблицы сіи сочинены.

283. *Дабы сыскать косинусъ дуги, коей синусъ извѣстенъ, надлежитъ вычесть квадратъ сего синуса изъ квадрата полуперешника, и изъ остатка извлечь квадратной корень. Ибо косинусъ*

AQ (фиг. 136) равенъ PC, а какъ PC служитъ бокомъ прямоугольнаго треугольника APC, почему по извѣстной гипотенузѣ AC и боку AP, найдется (165) PC или AQ

На примѣрѣ ежели бы потребовалось узнатьъ косинусъ 30 градусовъ; но, какъ мы видѣли (275), что синусъ сей дуги равенъ половинѣ радіуса, кторой, положимъ, состоятъ будеть здѣсь изъ 10000 равныхъ частей, синусъ сей будеть 5000; а означивши квадратъ его 25000000 изъ квадрата 100000000 радіуса, получишь въ остатокѣ 750000000, котораго квадратной корень 86603 покажетъ косинусъ 30 градусовъ, или синусъ 60 градусовъ.

284. По извѣстному синусу дуги АВ требуется сыскать синусъ половины ея. Сыщи сначала косинусъ CP данной дуги, вычти его изъ радіуса; остатокъ покажетъ обращенной синусъ BP: сдѣлай квадратъ изъ величины BP и придай его къ квадрату синуса AP; сумма (164) будеть квадратъ хорды АВ; напоследокъ извлеки квадратной корень изъ сей суммы, получишь просто АВ, которой половина будеть синусъ BI дуги BD половины АВ (274).

285. Данъ синусъ BI дуги ВА (фиг. 139), требуется найти синусъ DP двойной дуги DAB. Сыщи косинусъ CI дуги ВА и посылай сію пропорцію $R : \cos. BA = 2 \sin. BA : \sin. BAD$, въ которой по шремъ извѣстнымъ первымъ членамъ найдется удобно и четвертый.

Пропорція сія оснований на подобіи трикутників $СВІ$ и BDP ; ибо сверхъ того, что они имѣють по прямому углу въ P и I , уголъ B будетъ имъ обоимъ общій; почему $CB:CI = DB:DP$. Но CI (273) есть косинусъ дуги BA , а DB равенъ двойному BI синусу дуги BA ; DP есть синусъ BAD , а CB радіусъ; слѣд. $R: \cos. BA = 2 \sin. BA : \sin. BAD$.

286. *Даны синусы двухъ дугъ AB и AC (фиг. 140); требуется найти синусъ суммы ихъ или разности.* Надлежитъ, по исчисленіи (283) косинусовъ обѣихъ дугъ, помножитъ синусъ первой на косинусъ второй, а синусъ второй на косинусъ первой. Сумма двухъ произведеній, раздѣленная на полупоперешникъ, будетъ синусъ суммы двухъ дугъ; а разность тѣхъ же произведеній, раздѣленная на полупоперешникъ, будетъ синусъ разности тѣхъ же самыхъ дугъ.

Сдѣлай дугу AD равную дугѣ AC , проведи хорду CD , радіусъ LA раздѣлишь хорду сію въ точкѣ I пополамъ; изъ точекъ C, A, I, D , опусти на BL перпендикуляры $СК, AG, IH, DF$; напоследокъ изъ точекъ I и D продолжи IM и DN параллельно $об$ BL . А какъ CD раздѣлена въ I пополамъ,

то и CN будетъ также раздѣлена въ M на двѣ равныя части (102).

По учиненіи сего, СК синусъ ВС суммы двухъ дугъ будетъ состоять изъ KM и MC, или изъ IN и MC. DF синусъ BD разности двухъ дугъ равенъ KN, а сія линия равняется KM безъ MN, то есть IN безъ CM; и такъ для сысканія синуса суммы надлежитъ величину MC сложить съ IN; и напрошивъ вычестъ MC изъ IN для синуса разности.

Но въ подобныхъ треугольникахъ LAG, LIN будетъ $LA : LI = AG : IN$, то есть, $R : \cos. AC = \sin. AB : IN$, и слѣд. (Аріѳ. 169) IN равно $\frac{\sin. AB \times \cos. AC}{R}$. Треугольники LAG и CIM будутъ также подобны (ибо по рѣшенію бока одного сдѣланы перпендикулярны къ бокамъ другаго) и произведутъ сію пропорцію $LA : LG = CI : MC$, или $R \cos. AB = \sin. AC : MC$; почему MC равно $\frac{\sin. AC \times \cos. AB}{R}$; и такъ для синуса суммы слѣдуетъ сложить $\frac{\sin. AC \times \cos. AB}{R}$ съ $\frac{\sin. AB \times \cos. AC}{R}$; а для синуса разности вычестъ величину первую изъ второй.

287. Когдажъ по известнымъ синусамъ двухъ дугъ требуется сыскать

косинусы суммы или разности тѣхъ дугъ ; по надлежитъ по исчисленіи (283) косинусовъ каждой дуги умножить оба косинусы сіи между собою, помножить равно и оба синусы ; по томъ вычтя послѣднее произведеніе изъ перваго, остатокъ раздѣлить на радіусъ, отъ чего въ частномъ произойдетъ косинусъ суммы двухъ дугъ. Но для косинуса разности должно сложить оба тѣ произведенія, и сумму ихъ раздѣлить на радіусъ. Ибо когда DC раздѣлена въ I пополамъ, то и FK будетъ также раздѣлена пополамъ въ H ; но LK косинусъ суммы равенъ LH безъ HK , или LH безъ IM , слѣд. и LF косинусъ разности равенъ LH съ HF , или LH съ HK , или наконецъ LH съ IM. Посмотримъ теперь, что за величины LH и IM.

Въ подобныхъ треугольникахъ LGA , LHI будетъ $LA : LI = LG : LH$.

То есть $R : \cos. AC = \cos. AB : LH$;

Почему $LH = \frac{\cos. AC \times \cos. AB}{R}$.

Въ подобныхъ треугольникахъ LAG , CIM , будетъ $LA : AG = CI : IM$.

То есть $R : \sin. AB = \sin. AC : IM$,

Почему IM равно $\frac{\sin. AB \times \sin. AC}{R}$

И такъ для полученія косинуса суммы надлежитъ вычесть $\frac{\sin. AB \times \sin. AC}{R}$ изъ $\frac{\cos. AC \times \cos. AB}{K}$; а для косинуса разности придашь его.

288. Сумма синусовъ двухъ дугъ АВ, АС (фиг. 141) содержится къ разности тѣхъ же самыхъ синусовъ такъ, какъ тангенсъ половинной суммы двухъ дугъ къ тангенсу половинной ихъ разности, то есть, $\sin. AB + \sin. AC : \sin. AB - \sin. AC = \tanг. \frac{AB + AC}{2} : \tanг. \frac{AB - AC}{2}$.

По проведеніи діаметра АМ, перенеси дугу АВ изъ А въ D; протяни хорду DB, копорая будетъ перпендикулярна къ АМ. Изъ точки С проводи СР перпендикулярно, а СЕ параллельно къ ВМ; отъ точки Е продолжи хорды FB и FD, и радіусомъ FG равнымъ полуперешнику круга BAD, опиши дугу IGK, пересѣкающую СЕ въ G, и на послѣдокъ изъ сей точки G поставь къ СЕ перпендикуляръ HL; линіи GH и GL сдѣлаются тангенсы угловъ GFH и GFL или CFB и CFD, къ которымъ верхи свои при окружности, будутъ измѣряться половиною дугъ CB, CD, на коихъ они стоятъ (63), то есть половинною разностью ВС и половиною суммою CD двухъ дугъ АВ и АС; та-

кинь образы GL и GH суть тангенсы
половинной суммы и половинной разности
сих самых дуг.

Напослѣдокъ явствуемъ, что когда DS равна BS , то линія DE будетъ равна $BS + SE$ или $BS + CP$, то есть, суммѣ синусовъ двухъ дугъ AB и AC ; также BE равна $BS - SE$ или $BS - CP$, то есть, разности синусовъ тѣхъ же дугъ. Но по причинѣ параллельныхъ BD , HL произойдетъ слѣдующая пропорція (115)
 $DE : BE = LG : GH$.

$$\text{Слѣд. син. АВ} + \text{син. АС} : \text{син. АВ} - \text{син. АС} = \text{танг. } \frac{\text{АВ} + \text{АС}}{2} \text{ танг. } \frac{\text{АВ} - \text{АС}}{2}.$$

289. По симъ - то правиламъ сочиняеяся таблица синусовъ. Ибо какъ изъ сказаннаго (275) извѣстенъ уже намъ синусъ 30° ; то можно (284) найши синусъ 15° , и такъ далѣе $7^{\circ} 30'$, $3^{\circ} 45'$, $1^{\circ} 52' 30''$, $0^{\circ} 56' 15'''$, $0^{\circ} 28' 7'' 30'''$, $0^{\circ} 14' 3'' 45'''$, $0^{\circ} 7' 1'' 52''' 30'''$.

Напоследокъ примѣнить должно, что когда дуги бываютъ весьма малы, то онѣ ничѣмъ почти не различаются отъ синусовъ своихъ, и слѣд. будутъ имѣ пропорціональны; такимъ образомъ синусъ 1' найдется по сей пропорціи: какъ дуга $90^{\circ} 7' 1'' 52''' 36''''$ будетъ содержаться къ дугѣ $90^{\circ} 1'$, такъ синусъ первой дуги къ синусу второй.

Ежели въ сей выкладкѣ примется радѣусъ такой, коимъ состоитъ только изъ 1000 частей, то должно находить синусы объявленныхъ дугъ съ шестю и чешьюрю десятичными, дабы послѣ заключить о послѣдующихъ по крайней мѣрѣ одно

единицею меньше. Сїи дѣсятичные употребляются только въ выкладкѣ синусовъ нѣкоторыхъ дугъ, и по совершенїи всего исчисленїя уничтожающа.

Отъ 1' до 3° о' стоишъ только помножать синусъ 1' попеременно на 2, 3, 4, 5 и проч. дабы получить синусы 2' 3' и проч. съ недостаткомъ гораздо меньшимъ единицы. Для выкладки же синусовъ превышающихъ 3° должно употреблять объявленной (286) способъ: но и въ семъ случаѣ трудъ сокращается исчисленїемъ синусовъ однихъ только градусовъ. Чтожъ касается до минутъ между шѣми градусами находящихся, то для сысканїя ихъ довольноспуемъ, взявши разность двухъ послѣдующихъ градусовъ и полавъ сїю пропорцію, какъ бо минутъ къ искомому числу минутъ, такъ разность синусовъ двухъ ближайшихъ градусовъ къ четвертому члену, которой будетъ то самое, что надобно прибавить къ меньшому изъ шѣхъ синусовъ, дабы опредѣлить синусъ требуемаго числа градусовъ и минутъ. На примѣръ когда сыскавши, что синусы 8° и 9° суть 13917 и 15643, желаю узнать синусъ 8° 17'; для сего беру разность 1726 шѣхъ синусовъ, и нахожу четвертой членъ пропорціи, въ которой прѣмя нервыми будутъ 60': $17 = 1726$.

Сей четвертый членъ, которой безъ малато будетъ 489, приданъ будучи къ 13917, сдѣлаетъ сумму 14406 для синуса 8° 17' такого, какой находится въ таблицахъ, и которой разнсивуешъ меньше чѣмъ на единицу отъ настоящаго.

Причина сей практики основана на томъ, что въ малой дугѣ KL (фиг. 122) на пр. 1', разности LM , и синусовъ LF , и LN бывають почти пропорціональны разностямъ KL , KI , соотвѣтствующиъ дугъ AL , AI ; ибо треугольники, KML , Kil , принявъ ихъ за прямолинейные, будутъ подобны.

290. Сей способъ не далѣе употреблять должно, какъ до 87°, послѣ же сего числа не можно уже принимать болѣе in (фиг. 142) за разность синусовъ PB , Qx ; ибо какъ бы количество ихъ мало не было, имѣетъ однакожъ чувствительное содержанїе съ in , и шѣмъ

чувствительнѣе, чѣмъ больше дуга АВ приближается къ 90° ВВ семъ случаѣ вспомнить должно, что (173) дуги DE, Dt, которыя суть разности между радиусомъ и синусами РВ, Qx, будутъ пропорціональны квадратамъ хордъ ВВ и Dx, или (по причинѣ весьма малыхъ дугъ ВВ и Dx) квадратамъ сихъ дугъ ВВ и Dx; чего ради найдши синусъ 87° , возьми разность между имъ и радиусомъ 100000, и сыщи синусъ всякой другой дуги между 87° и 90° , посылая сію пропорцію: *квадратъ* $3'$ или $180'$ къ *квадрату* числа минутъ дополненія искомой дуги, такъ разность между радиусомъ и синусомъ 87° къ четвертому члену, которой будетъ Dt; напоследокъ опнявъ Dt изъ радиуса, получишь Ct или Qx синусъ желаемой дуги.

На примѣрѣ ежели сыскавъ, что синусъ 87° есть 99863, желаю знать синусъ $88^\circ 24'$, котораго дополненіе будетъ $1^\circ 36'$ или $96'$; въ такомъ случаѣ посылаю сію пропорцію $180' : 96' = 137 : Dt$, и нахожу Dt близу 39; пошомъ выключивъ 39 изъ 100000, получаю 99965 для синуса $88^\circ 24'$, какой и въ таблицахъ двѣшвишельно находится.

291. Сыскавши такимъ образомъ синусы, не трудню послѣ по объявленному (282) найши тангенсы и секансы.

292. Чшоужъ касается до логарифмовъ прѣисканныхъ синусовъ, то для нихъ дѣлается такая же выкладка, какая и для обыкновенныхъ чиселъ. Со всемъ тѣмъ надлежитъ замѣнить, что ежели взявъ изъ таблицъ величину синуса въ числахъ, по оной будешь искать, какъ было предписано (Арне. 225), логарифмъ, то логарифмъ сей не найдется точно такой, какой находится въ сполнцѣ логарифмовъ синусовъ, по той причинѣ, что синусы таблицъ сочинены вначалѣ по раздѣленію синуса на 1000000000 частей; а какъ обыкновенныя выкладки не требуютъ такой точности, то въ нынѣшнихъ таблицахъ отбросили послѣдніе пять знаковъ отъ числовой величины синусовъ, тангенсовъ и проч. такъ что величины сіи, которыя шеперь пред-

спавляются въ таблицахъ, соотвѣствуютъ един-
ственно раздѣленію радіуса на 100.00. Логарифмы
же синусовъ, тангенсовъ и проч. оставлены точно
такими, какими они сначала были выложены, по-
тому, что въ предположеніи радіуса на 1000000000 частей
раздѣленнаго, и для сей-то самой причины харак-
теристика показываешь гораздо больше принявъ
числовой величины соотвѣствующаго синуса или
тангенса, такъ что при употребленіи логарифмъ въ
синусовъ, тангенсовъ и проч. дѣлается выкладка
къ умственному предположенію радіуса на 1000000000
частей раздѣленнаго; при употребленіи же число-
вой величины синусовъ, тангенсовъ и проч. дѣлает-
ся выкладка по радіусу, раздѣленному на 100000
частей только. Что касается до логарифмъ въ тан-
генсовъ и секансовъ, то они, какъ скоро извѣстны
логарифмы синусовъ, съскладываются однимъ простымъ
сложеніемъ и вычитаніемъ; сіе явствуетъ изъ
сказаннаго (282 и Ариѳ. 216).

293. Хотя обыкновенныя таблицы содержатъ
синусы для однихъ градусовъ и минутъ только,
совсѣмъ не трудно найти величины и такихъ
линій, которыя будутъ представлять собою синусы
градусовъ, минутъ и секундъ, употребляя въ
рѣшеніи точно такой же способъ, какой мы пред-
писали для градусовъ и минутъ. Но какъ чаще
употребляются логарифмы сихъ линий, нежели
самыя линіи, то мы основаніемъ нѣсколько о н
послѣднемъ предметѣ.

Предположивъ, что логарифмы синусовъ и тан-
генсовъ сочинены на одни градусы и минуты только,
если бы потребовалось узнать логарифмъ синуса нѣко-
торого числа градусовъ, минутъ и секундъ; въ та-
комъ случаѣ возьми изъ таблицъ логарифмъ синуса
для одного числа градусовъ и минутъ, по томъ найди
разность между симъ и ближайше къ нему боль-
шимъ логарифмомъ и посылай слѣдующую пропор-
цію; бо секундъ къ прежнему числу секундъ,
такъ разность логарифмовъ, взятая въ таблицахъ
къ четвертому члену; сей членъ придавъ къ логариф-
му синуса градусовъ и минутъ, получишь ло-
гарифмъ желаемого синуса.

Напротивъ, ежели случится логарифмъ синуса такой, которой не соотвѣтствуетъ въ точности числу градусовъ и минутъ, то, дабы сыскать и секунды, сдѣлай сѣю посылку: какъ разность двухъ логарифмовъ, между которыми заключаеиъся данный логарифмъ, будетъ содержаться къ разности находящейся въ таблицахъ между симъ самымъ логарифмомъ и ближайше къ нему меньшимъ, такъ бо секунды къ четвертому члену; сей четвертый членъ будешь иточно то число секундъ, кои прибавишь должно къ числу градусовъ и минутъ дуги, которая въ таблицахъ меньше искомой.

294. Правило сѣе употребляишь можно до тѣхъ поръ, пока дуга будетъ больше 3 градусовъ, а когда она случится меньше, то поступай по ему правилу: положимъ, что требуется синусъ $1^{\circ} 55' 48''$; сдѣлай для сего слѣдующую посылку $1^{\circ} 55' : 1^{\circ} 55' 48'' = \text{син. } 1^{\circ} 55' \text{ къ четвертому члену, которой (по причинѣ, что малѣйшія дуги пропорціональны синусамъ своимъ) будетъ безъ чувствительной ошибки синусъ } 1^{\circ} 55' 48''$. А для большей удобности въ выкладкѣ можно привести два первые члена въ секунды, и взявъ въ таблицахъ логарифмъ синуса $1^{\circ} 55'$, придай къ нему какъ къ ирещему члену пропорціи логарифмъ $1^{\circ} 55' 48''$, приведенныхъ въ секунды, напоследокъ изъ суммы вычти логарифмъ $1^{\circ} 55'$ приведенныхъ въ секунды; остатокъ (Ариф. 216) пока ешь логарифмъ четвертаго члена, то есть, искомой логарифмъ.

И обратно, сыщется число градусовъ, минутъ и секундъ для дуги меньше 3 градусовъ по извѣстному ея синусу слѣдующимъ образомъ: прѣйди сначала въ таблицахъ число градусовъ и минутъ, по томъ дѣлай посылку: какъ синусъ числа найденныхъ градусовъ и минутъ къ данному синусу, такъ тоже самое число градусовъ и минутъ, приведенныхъ въ секунды, ко всему числу секундъ искомой дуги. Въ логарифмахъ рѣшеніе будетъ такое: найди разность между логарифмомъ даннаго синуса и логарифмомъ синуса ближайше къ нему меньшаго, придай сѣю разность къ логарифму найденнаго числа градусовъ и минутъ, приведенныхъ въ

секунды; сумма покажетъ логариѣмъ числа секундъ, находящихся въ иско-мъ дугѣ. На пр. ежели дано будетъ 8,6233427 за логариѣмъ синуса вѣковой дуги; нахожу въ таблицахъ, что число градусовъ и минутъ больше всѣхъ ошѣиваетъ сему логариѣму $20^{\circ}24'$, и что разность между логариѣмомъ даннаго синуса и логариѣмомъ синуса сей послѣдней дуги есть 00.3811; складываю сію разность съ 3,9375137, логариѣмомъ $20^{\circ}24'$ приведенныхъ въ секунды; сумма 3,9378948 отвѣчаетъ въ таблицахъ логариѣмовъ числу 8667, то есть секундамъ искомой дуги; и слѣд. она будетъ состоять изъ $20^{\circ}24'27''$. Сіе правило въ разсужденіи предыдущаго есть обратное.

295. Для исчисленія логариѣмовъ тангенсовъ, надлежитъ послѣдовать тѣмъ же самымъ правиламъ, переимѣнивъ только названіе *синуса* въ *тангенсъ*. Но выключаются изъ сего дуги, содержащіяся между 87 и 90 градусами, для коихъ употребляется слѣдующій способъ. Найди логариѣмъ тангенса дополненія по предписанному для тангенсовъ правилу, и вычти сей логариѣмъ изъ удвоеннаго логариѣма радіуса. Понеже подобныя треугольники CBD , CDE (фиг. 136) показываютъ, что въ пропорціи, которой первыми тремя членами служатъ тангенсъ, радіусъ и радіусъ, тангенсъ будетъ четвертый членъ. Ежели же напротивъ того данъ будетъ логариѣмъ тангенса такой дуги, которая заключается между 87 и 90 градусами, и содержишь въ себѣ секунды, то въ такомъ случаѣ опянь сей логариѣмъ изъ удвоеннаго логариѣма радіуса, получишь тангенсъ дополненія, которой по необходимости долженъ будучи содержаться между 0 и 3 градусами, удобно опредѣлится по предыдущему правилу; наослѣдокъ взявъ дополненіе дуги, найденной такимъ образомъ, получишь искомую дугу.

296. Какъ синусъ дуги есть половина хорды двойной дуги; то ежели бы по предписанному (284) правилу, сыскавъ синусъ

дуги, соотвѣствующей весьма близко одной секундѣ, и удвоивъ сей синусъ для хорды 2 секундъ, умножили сей двойной синусъ на столько разъ, сколько дуга 2 секундъ содержится въ половинѣ окружности; по явствуетъ, что посредствомъ сего нашлось бы такое число, которое весьма близко подходило бы къ длинѣ половины окружности, но было бы совсѣмъ шѣмъ поменьше ея; по почъ ежели бы по показанной (282) пропорции, сыскали шангенъ одной секунды, и удвоивъ его помножили бы также на столько разъ, сколько двойная сія дуга содержится въ половинѣ окружности, то чрезъ то получили бы число весьма близко подходящее къ половинѣ окружности, но побольше ея; и такъ посредствомъ выкладки синусовъ можно показать весьма близкое содержаніе поперешника къ окружности, и послѣдуя предписаннымъ правиламъ нашли бы, что половина окружности, которой полупоперешникъ будетъ по положенію раздѣленъ на 10000000000, заключалась бы между 31415926536 и 31415926535.

Заключимъ же изъ сего, что когда радіусъ будетъ 1, то 180 градусовъ или половина окружности должна равняться 3,1415926535; градусъ 0,0174532925; минута 0,0002908882; секунда 0,0000048481, и такъ далѣе.

Часть II. О

О Астролабіи.

297 Прежде нежели покажемъ употребленіе предыдущихъ правилъ въ рѣшеніи треугольниковъ, за приличное почицаемъ дать знать, какъ измѣряются углы, сославляющіе важную часть треугольниковъ.

Инструментъ, служащій по большей части на практикѣ къ измѣренію угловъ съ довольною точностію, называется *Астролабія* (фиг. 145).

Она дѣлается обыкновенно или изъ цѣлаго мѣднаго круга или полукруга, раздѣленнаго на 180 градусовъ, и на копоромъ, смотря по величинѣ поперешника его, означаются также и полградусы.

Половина окружности DHB съ означеніемъ раздѣленій бываетъ не простая линія, но полукруговой вѣнецъ, копорой дѣлается мастерами иногда уже, а иногда шире. Поперешникъ DB ушверждается неподвижно на инструментѣ семъ, но поперешникъ ЕС прикрѣпляется только въ центрѣ А и удобно оборачивается около его, пробѣгая концомъ С всѣ раздѣленія Астролабіи. По концамъ каждого изъ поперешниковъ вставляются *диоптры*, которые служатъ для того,

чтобъ смотрѣть сквозь ихъ на предметы. Иногда занимаютъ мѣсто діоптровъ зрительныя трубки. Тотъ діоптръ, которой находится на поперешникѣ DB, бываетъ съ нимъ параллеленъ и неподвиженъ, но тотъ, который накладывается на поперешникъ ЕС, называется подвижнымъ, потому что можетъ съ нимъ вмѣстѣ передвигаться и нѣсколько къ нему наклоняться для того, чтобъ не было нужды перемѣнять плоскости Аспролабіи, когда смотришь на предметы, нѣсколько выше или нѣсколько ниже противъ плоскости Аспролабіи, лежащія.

Аспролабія съ такимъ приборомъ кладется на *штатифъ* или *треножникъ*, и можетъ посредствомъ *бажштаба* или *яблска* склоняться всячески, оппюдъ не перемѣняя положенія штапифа.

Дабы Аспролабія съ большею исправностію могла измѣрять углы, показывая даже части градуса; то для сего весьма часто на концѣ подвижнаго поперешника дѣлаются раздѣленія, которыя относительно къ раздѣленіямъ половины окружности показываютъ части градусовъ до 5 или до 4 минутъ и проч.

А означуся они на пр. до 5' тогда, когда на концѣ подвижнаго поперешника по-

ложится разстояніе 11 градусовъ, и раздѣлился попомъ на 12 равныхъ частей, изъ коихъ слѣд. каждая часть будетъ содержать 55'. Когда первое раздѣленіе поперешника сходствуемъ съ раздѣленіемъ полкруга, въ такомъ случаѣ уголъ, заключающійся между двумя поперешниками, измѣряется раздѣленіями полкруга. Когдажъ первое раздѣленіе поперешника не сходствуемъ съ раздѣленіемъ полкруга, въ такомъ случаѣ должно искать на томъ и на другомъ, какое раздѣленіе сходствуемъ больше, и замѣнивъ оное, приложи къ числу градусовъ, означенныхъ на полкругѣ между первымъ раздѣленіемъ его и раздѣленіемъ поперешника, столько разъ 5 минутъ, сколько будетъ разстояній на поперешникѣ между первымъ его раздѣленіемъ и тѣмъ, которое сходствуемъ съ раздѣленіемъ полкруга; причиною сему то, что въ каждомъ разстояніи находишься 5 минутъ разности между полкругомъ и поперешникомъ.

До 4 минутъ вымѣрять можно уголъ тогда, когда возмется дуга 14 градусовъ и раздѣлится на 15 частей; на послѣдокъ до 3', когда дуга 19 градусовъ раздѣлится на 20 частей.

Измѣряются углы помощію сего инструмента слѣдующимъ образомъ: на пр. еже-

ди надобно вымѣрять уголъ, которой въ почкѣ А (фиг. 145) составляютъ линѣи, умственно проведенныя отъ сей почки къ двумъ предметамъ Г и Ф; въ такомъ случаѣ центръ Астролабіи поставляется надъ почкою А и располагается сама такъ, что когда будешь смотрѣть сквозь неподвижные діоптры на одинъ изъ предметовъ Ф, другой бы Г находился въ равномъ положеніи съ плоскостію инструмента сего, что устрояется большимъ или меньшимъ склоненіемъ Астролабіи: по томъ подвижный діаметръ ЕС передвигается до тѣхъ поръ, пока сквозь діоптры Е и С будетъ видѣнъ предметъ Г; дуга ВС, содержащаяся между двумя поперешниками, служитъ мѣрою угла GAF.

Когдажъ требуется нужда вымѣрять углы въ вертикальной плоскости, то есть, углы находящіеся въ такой плоскости, которая сходствуетъ съ отвѣсною линіею; въ такомъ случаѣ приводится Астролабія въ вертикальное положеніе съ помощію маленькой тирки на нитку привязанной; когда на ниткѣ, прицѣпленной къ центру Астролабіи, тирка будетъ упадать параллельно съ плоскостію противъ раздѣленія 90° , тогда Астролабія бываетъ въ приличномъ положеніи, то есть, въ вертикальномъ.

О рѣшеніи прямоугольныхъ Треуголь- никовъ.

298. Сказали мы выше (271), что для рѣшенія всякаго преугольника надлежитъ знать при извѣ шести частей составляющихъ его, такія, въ которыхъ бы по крайней мѣрѣ находился одинъ бокъ. А какъ прямой уголъ всегда бываетъ извѣстенъ, почему въ прямоугольномъ преугольникѣ можно довольствоваться двумя разными частями, кромѣ прямого угла, такими однакожъ, между которыми бы заключался бокъ. Надлежитъ замѣтить здѣсь, что въ прямоугольномъ преугольникѣ какъ скоро будетъ извѣстенъ одинъ изъ двухъ острыхъ угловъ, то и другой будетъ непременно извѣстенъ, понеже оба они составляютъ 90° .

При рѣшеніи прямоугольныхъ преугольниковъ наблюдается четыре случая: а именно между двумя извѣстными частями должны быть даны или одинъ острый уголъ и катетъ; или острый уголъ и гипотенуза; или катетъ съ гипотенузою; или послѣдокъ два катета.

Выключая случай, въ которомъ по извѣстнымъ двумъ бокамъ преуется найши третій, и которой рѣшится по показанно-

му (166) правилу, сіи всѣ четыре случая могутъ рѣшиться по одной изъ слѣдующихъ двухъ пропорцій или свойствъ.

299. 1е. Синусъ цѣлой, взятой изъ таблицъ, содержится къ синусу какого нибудь остраго угла, какъ гипотенуза къ боку, лежащему противъ того остраго угла.

300. 2е. Синусъ цѣлой содержится къ тангенсу какого нибудь остраго угла, какъ катетъ, лежащій при томъ углѣ къ катету, противоположенному ему.

Для доказательства перваго свойства, стоимъ только (фиг. 143) въ прямоугольномъ треугольникѣ CED принявъ часть СА гипотенузы за радіусъ или цѣлой синусъ, находящійся въ таблицахъ; по томъ по начертаніи дуги АВ, перпендикуляръ АР будетъ синусъ угла АСВ или DCE; но по причинѣ параллельныхъ АР и DE можетъ въ подобныхъ треугольникахъ САР и CDE имѣть мѣсто слѣдующая посылка, $CA : AP = CD : DE$, то есть, $R : \text{син. DCE} = CD : DE$, что сходствуемо точно съ первымъ свойствомъ.

Такимъ же образомъ докажется, что $R : \text{син. CDE} = CD : CE$.

Что касается до второй пропорции, то принявъ въ треугольникъ CEF (фиг. 144) часть CA бока CE за дѣльный синусъ, опиши дугу AB , отъ чего перпендикуляръ AD , поставленный изъ точки A на AC , сдѣляется тангенсомъ угла C или FCE ; а по причинѣ подобія треугольниковъ CAD , CEF , будетъ служить сія посылка, $CA : AD = CE : EF$, то есть, $R : \text{танг. } FCE = CE : EF$, что сходствуетъ со вторымъ свойствомъ.

Равнымъ образомъ доказано будетъ, что $R : \text{танг. } CEF = FE : CE$.

301. Въ послѣдующихъ примѣрахъ мы на мѣсто синусовъ, тангенсовъ и проч. будемъ всегда употреблять логарифмы синусовъ, тангенсовъ и проч. А дабы утвердить начинающихъ въ познаніи Арифметическихъ дополненій, то мы не преминемъ во всѣхъ выкладкахъ дѣлать и имъ употребленіе, исключая одни тѣ случаи, когда логарифмъ, слѣдующій къ вычитанію, будетъ логарифмъ радіуса; потому что онъ имѣя всегда характеристикою 10, а манписсою нули, и безъ того весьма легко вычисляется.

По симъ наблюденіямъ приступимъ къ примѣрамъ доказанныхъ предъ симъ двухъ

свойствъ, относящихся къ четыремъ случаямъ рѣшенія треугольниковъ.

ПРИМѢРЪ I. *Найти высоту АС какого нибудь строенія (фиг. 146) по сдѣланнымъ на землѣ измѣреніямъ.*

Отойди отъ зданія на нѣкоторое разстояніе СD такое, чтобъ уголъ, заключающійся между двумя линіями, умственно проведенными изъ точки D къ основанію и верху того строенія, не былъ ни съ лишкомъ остръ, ни съ лишкомъ сходствовалъ съ прямымъ; и вымѣривъ разстояніе СD, поставь надъ точкою D штапифъ Аспролабіи. Расположи инструментъ сей такъ, чтобы плоскость его была вертикальна и стояла прямо противу оси АС башни, а неподвижной діаметръ НF сходствовалъ съ горизонтомъ, что устроится помощію отвѣса, опущеннаго изъ центра Аспролабіи на ниткѣ. Подвижной діаметръ наведи такъ, чтобъ сквозь діоптры или зрительныя трубки видѣть было можно верхъ А башни. На послѣдокъ сочти на окружности число градусовъ угла FEG, которой будетъ точно такой же, какой и противоположенной его при верху АЕВ.

Но какъ высота AC зданія, будучи перпендикулярна къ горизонту, должна быть также перпендикулярна и къ BE ; слѣд. треугольникъ ABE есть прямоугольной, въ которомъ свѣрхъ прямого угла извѣстны BE равная CD и уголъ AEB ; пребуется же величина AB , почему явствуется, что при извѣстныхъ части и четвертая искомая будеть членами показанной (300) пропорціи; и такъ найдется AB по сей посылкѣ $R: \text{танг. } AEB = BE: AB$.

Положимъ, что разстояніе CD или BE было бы найдено 132 фушовъ, а уголъ AEB $48^\circ 54'$, по посылкѣ $R: \text{танг. } 48^\circ 54' = 132: AB$; послѣ чего прѣи. кавъ въ таблицахъ величину тангенса $48^\circ 54'$, помноживъ ее на 132, и произведеніе раздѣливъ на величину радіуса, взяшаго изъ таблицъ, получишь число фушовъ для высоты AB , а къ ней прибавивъ высоту ED Астролабіи, получишь искомую высоту AC .

Но въ логариюмахъ дѣйствіе скорѣе и удобнѣе произведено бытъ можетъ слѣдующимъ образомъ:

Лог. танг. $48^\circ 54'$	10,0593064
Лог. 132	2,1265739
Сумма	12,1798803
Лог. радіуса	10,0000000
Разность, показывающая	
лог. величины AB	2,1798803

Логариюмъ сей отвѣчаетъ въ таблицахъ числу 151, 32; такимъ образомъ AB равно 151 фушу и 32 ешымъ, или 151 ф 32 10^л.

Замѣшимъ здѣсь, что какъ логариюмъ благо синуса или радіуса имѣетъ 10 харак-

шеристикою, а нули манписсою, по можно при сложеніи и вычитаніи не писать его, а только что прикладывать или опшнимать единицу стѣ десятковъ характериспики того логариема, съ которымъ онѣ складываются или вычитаются долженѣ.

ПРИМѢРЪ II. ВДС (фиг. 147) есть окружность контрескарпа, заключающаяся между равными продолженіями АВ, АС двухъ фасовъ бастіона; требуется узнать хорду ВС и стрѣлку DE той окружности, предполагая, что АВ, АС и уголъ ВАС равный углу бастіона, даны.

Пусть АВ и АС будутъ каждая по 120 футовѣ, и уголъ ВАС $83^{\circ} 8'$, по

Въ треугольникѣ ВЕА прямоугольномъ въ Е, будемъ (299).

1 е. R: син. ВАЕ \equiv АВ: ВЕ.

2 е. R: син. АВЕ или кос. ВАЕ \equiv АВ: АЕ

И такъ 1 е.

Лог. АВ, или лог. 120 ф 2,0791812

Лог. син. ВАЕ или лог. син. $41^{\circ} 34'$ 9,8218351

Сумма безъ лог. радіуса 11,9010163

Логариемъ сей опвѣчаетъ 79 ф, 62; слѣд. хорда ВС состоитъ изъ 159 ф, 24.

2 е. Лог. 120 ф 2,0791812

Лог. кос. $42^{\circ} 34'$ 9,8740085

Сумма безъ лог. радіуса 11,9531897

Опвѣчаетъ 89 ф, 78; слѣд. стрѣлка ВЕ или АД — АЕ равна 30 ф, 23.

Тѣмъ же способомъ, помощію котораго сыскали мы хорду DE, можешъ рѣшиться слѣдующій другой вопросъ: *опредѣлить зазоръ ядра съ пушкой даннаго калибра?*

Способъ чертежа, которой принятъ для сего, состоитъ въ слѣдующемъ: надлежитъ на концѣ А

(Фиг. 148) линіи АВ, равной діаметру ядра, поставивъ перпендикуляръ АД равный полупоперешнику АС; изъ точки А какъ изъ центра радіусомъ АД описатьъ дугу DCE, которая пересѣчетъ вѣ Е окружность, имѣющую поперешникомъ АВ; на послѣдокъ по перенесеніи хорды DE изъ В вѣ F, AF будетъ зазоръ ядра, то есть, что AF есть то количество, чѣмъ внутренній діаметръ пушки больше діаметра ядра.

Опредѣлятся же AF выкладкою, когда вообразивъ хорду AE, найдемъ DE вѣ равнобедренномъ треугольникѣ DAE, котораго бока АД, AE извѣстны, попому что каждой изъ нихъ равенъ полупоперешнику ядра, и уголъ DAE (63 и 93) 150° ; и такъ вообразивъ изъ точки А на хордѣ DE перпендикуляръ, получишь два равные прямоугольные треугольника, сыщи по которому нибудь изъ нихъ, какъ вѣ предыдущемъ примѣрѣ было показано, величину половины хорды DE; удвоивъ ее вычши изъ АВ, получишь AF.

На пр. вѣ пушкѣ 4, ядро бываетъ 34 ол 3с $\frac{3}{4}$, или 34, 026; найдется DE 24, 923; слѣд. зазоръ ядра вѣ пушкѣ сего калибра будетъ ол, 103 или ол 24 2с $\frac{4}{5}$.

ПРИМѢРЪ III. Даны конатъ якоря АС (фиг. 149) 192 футовъ, а глубина АВ рѣки 12 ф, требуется найти уголъ АСВ, которой дѣлаетъ конатъ съ дномъ рѣки ВС, предположивъ, что дно ея горизонтально и никакой оплогости не находится въ канатѣ.

Вообразивъ прямоугольной треугольникъ ABC, вѣ которомъ извѣстны АС 192 ф, АВ 12 ф и уголъ прямой В, найдется уголъ АСВ сего (299) посылкою,

$$AC : AB = R : \sin. ACB$$

И такъ вѣ логариумахъ,

Лог. АВ	1,0791812
Лог. радіуса	10,00 0000
Арием. дополн. Лог. АС.	7,7166988

Сумма 18,7958800
или лог. син. АСВ, которой вѣ таблицахъ отвѣ-
чаетъ $3^\circ 35'$.

ПРИМѢРЪ IV. Найти уголъ, который линѣя направленія составляетъ съ продолженною осью въ пушкѣ калибра и мѣры данныхъ.

Ежели изъ точки Н (фиг. 71) дульнаго карниза пушки воспримъ прямую линію НІ параллельную съ осью АВ, то уголъ ГНІ будетъ равенъ углу GCA, которой линѣя направленія дѣлаешь съ продолженною осью. И такъ зная въ прямоугольномъ треугольникѣ ГНІ бокъ ГІ и бокъ НІ, легко найдется уголъ ГНІ по сей посылкѣ (300), $1Н:ГІ=R$; *танг.* ГНІ. На пр. въ полевой пушкѣ 12 будетъ,

AG	64,231
ВН	4,926
И слѣд. ГІ	1,305
При томъ НІ	77,254

Почему 77,254:1,305 или $77254:1305=R$; *танг.* ГНІ; а въ логариѣмахъ

Лог. 1305	3,1156105
Лог. радіуса	10,000.000
Ариѣ. дополн. 77254	5,1120790

Сумма 18,2276895

Есть логариѣмъ тангенса искомага угла, которой будетъ 6° 58'.

ПРИМѢРЪ V. въ полевой пушкѣ 12, поставленной на три градуса, требуется узнать, на какую высоту поднимается линѣя направленія въ разстояніи 600 тозовъ, которое не многимъ чѣмъ меньше выстрѣла сей пушки подъ угломъ 3 градусовъ.

Когда линѣя направленія составляетъ съ осью уголъ 58', какъ мы по уже видѣли, то явствуетъ, что она съ горизонтомъ должна сдѣлать уголъ 2° 2'; такимъ образомъ высота ея на горизонтальномъ разстояніи 600 тозъ въ будетъ служить другимъ катетомъ въ прямоугольномъ треугольникѣ, котораго уголъ, лежащій при первомъ катетѣ 600 тозовъ, равенъ 2° 2'. Слѣд. катетъ найдется по посылкѣ (300), $R: \text{танг. } 2^\circ 2' = 600$ къ четвертому члену, которой найдется 21Т, 3.

ПРИМѢРЪ VI. Рикошетной выстрѣлъ первой амбразуры батареи направленъ подъ прямымъ угломъ (Фиг. 150), требуется сыскать склоненіе седьмой амбразуры; то есть уголъ, который дѣлаетъ линія выстрѣла съ эполементомъ АС въ седьмой амбразурѣ; предполагая, что всѣ пушки сей батареи направлены къ одной точкѣ В, отстоящей на 1500 футовъ.

Какъ линія АВ выстрѣла изъ первой амбразуры предположена перпендикулярною къ эполементу АС; по сему и можно найти уголъ ВСА въ прямомъ углыномъ треугольникѣ ВАС, котораго уголъ А прямой, бокъ АВ 1500 футовъ, а бокъ АС определенъ величиною, разстояніемъ и числомъ амбразуръ.

Пусть для примѣра разстояніе отъ середины первой амбразуры до середины второй къ ней ближайшей дано 20 футовъ; сѣд. посылай сію пропорцію $120:1500 = R: \text{танг. } \angle \text{BCA}$. А въ логариѣмахъ.

Лог. 1500	3,1760913
Лог. радіуса	10,0000000
Ариѳ. допл. лог. 120	7,9208188

Сумма 11,0969101 представитъ лог. тангенса угла ВСА, которой будетъ $85^\circ 26'$.

Какъ платформа DF должна быть всегда перпендикулярна къ линіи выстрѣла, и находится на эполементѣ по крайней мѣрѣ однимъ своимъ концомъ, сѣд. она составляетъ съ эполементомъ уголъ ADF, дополненіе угла DCE или ACB нами определеннаго; почему зная длину DF платформы и сѣд. половину DE удобно сыщется разстояніе CE отъ эполемента гдѣ на линіи выстрѣла должна находиться середина Е платформы.

О рѣшеніи косоугольныхъ Треугольниковъ.

302. Названіе косоугольныхъ треугольниковъ служитъ вообще къ означенію та-

жихъ треугольниковъ, которые не имѣютъ прямого угла.

303. Во всякомъ прямолинейномъ треугольникѣ синусъ какого нибудь угла содержится къ противоположенному боку того угла, какъ синусъ всякаго другаго угла тогоже треугольника къ боку ему противоположенному.

Для доказательства опиши кругъ около треугольника ABC (фиг. 151), проводи радіусы DA, DB, DC, и принявъ радіусъ Db за цѣлой синусъ таблицъ, опиши имъ другой кругъ abc; наконецъ точки сѣченія a, b, c соедини хордами ab, bc, ac; треугольникъ abc произойдетъ подобный треугольнику ABC, ибо линіи Da, Db равны и слѣд. пропорціональны линіямъ DA, DB; почему ab (103) параллельна съ AB, равнымъ образомъ bc параллельна съ BC, и ac параллельна съ AC; и такъ (102) $AB : ab = BC : bc$ или $AB : \frac{1}{2} ab = BC : \frac{1}{2} bc$; но половина хорды ab есть (274) синусъ дуги ab половины a**b; а какъ сія половинная дуга ab измѣряетъ уголъ при окружности acb, равный ACB, слѣд. $\frac{1}{2} ab$ есть синусъ угла ACB; по той же причинѣ $\frac{1}{2} bc$ будетъ синусъ угла BAC; и такъ слѣдуетъ изъ сего, что $AB : \sin. ACB = BC : \sin. BAC$.**

304. Сіе предложеніе служить къ рѣшенію треугольника, въ которомъ . . .

1 е. Если известны два угла и одинъ бокъ.

2 е. Два угла и одинъ бокъ, противоположенный какому нибудь изъ данныхъ боковъ.

ПРИМѢРЪ I. Требуется сыскать разстоянія СА, СВ (фиг. 152) отъ галіота С къ двумъ батареямъ, на берегу находящимся А и В.

Изъ почекъ А и В вымѣряешь должно (въ одно и тоже время, елики галіотъ находится въ движеніи) углы САВ, СВА; по шемъ разстояніе АВ между батареями А и В. Послѣ чего въ треугольникъ САВ, коего известны два угла и б къ, вычисли изъ 180° сумму двухъ найденныхъ угловъ, получишь прешій, и опредѣлишь АС и СВ слѣдующими двумя пропорціями:

$$\text{син. С : АВ} = \text{син. В : АС}$$

$$\text{син. С : АВ} = \text{син. А : ВС}$$

Положимъ, что АВ найдена 256 сажень; уголъ А $84^\circ 14'$; уголъ В $85^\circ 40'$, почему уголъ С будетъ $10^\circ 6'$; слѣд. АС и ВС найдены будутъ посредствомъ логарифмовъ такъ:

$$\text{Лог. син. В} \dots 9,9987567 \quad \left| \quad \text{Лог. син. А} \dots 9,9977966$$

$$\text{Лог. АВ} \dots 2,4082400 \quad \left| \quad \text{Лог. АВ} \dots 2,4082400$$

$$\text{Лог. син. С} \quad \left. \begin{array}{l} \text{Лог. син. С} \\ \text{Лог. син. С} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,7560528 \\ 0,7560528 \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} \text{Лог. син. С} \\ \text{Лог. син. С} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,7560528 \\ 0,7560528 \end{array}$$

$$\text{Лог. АС} \dots 13,1630495 \quad \left| \quad \text{Лог. СВ} \dots 13,1620894$$

$$\text{Слѣд. АС } 14456 \text{ саж.} \quad \text{Слѣд. СВ } 1452 \text{ сажень.}$$

ПРИМѢРЪ II. Даны разстояніе АС (фиг. 153) отъ точки С до угла бастіона, разстояніе АВ между шпицами бастіоновъ, или внѣшній бокъ полигона и уголъ С; спрашивается опредѣлить разстояніе ВС.

Пусть вѣншній бокъ АВ будетъ 200 тоазовъ,
разстояніе АС 130 тоазовъ, и уголъ С $59^{\circ} 16'$.

Найдемся впервыхъ уголъ В по пропорціи АВ:
син. С \equiv АС : син. В; въ логариумахъ же получишь,
Лог. син. $59^{\circ} 16'$ 9,9342737
Лог. 130 2,1139434
Ариф. допол. лог. 200 7,6989700
Сумма 19,7471871.

Логариемъ сей будетъ синуса угла В; а поне-
же синусъ (279) принадлежишь какъ острому такъ
и тупому углу, которей служилъ первому допол-
неніемъ, въ вопросѣ же ничего не объявлено объ углѣ
В, тупой онъ или острый; почему не можно при-
нявъ за величину угла В ни количества $33^{\circ} 58'$,
которое описываешь въ таблицахъ найденному логар-
иему, ни дополненія его $146^{\circ} 2'$. Но пусть уголъ
В данъ былъ бы острымъ, то взявъ $33^{\circ} 58'$ за вели-
чину его, заключаю, что уголъ ВАС равенъ $68^{\circ} 46'$.
Нѣпослѣдокъ узнаю бокъ ВС, сдѣлавъ сію посылку,
син. С : АВ \equiv син. ВАС : ВС; и
Лог. 200 2,3010300
Лог. син. $86^{\circ} 46'$ 9,9993081
Ариф. допол. лог. син. $59^{\circ} 16'$ 6,657263
Сумма 12,366644

По логариему сему нахожу, что бокъ ВС рав-
няется 232 Т, 4.

305. Еслили дадутся сумма двухъ
количествъ и разность ихъ, то большее
количество найдется, когда къ полови-
нѣ суммы придана будетъ половинная
разность; а меньшее, когда половин-
ная разность вычитается изъ половинной
суммы.

Часть II. II

На примѣрѣ зная въ двухъ количествахъ, что сумма ихъ составляетъ 57, а разность 17, заключаю о сихъ количествахъ, что они должны быть 37 и 20, прикладывая съ одной стороны половину 17 пи къ половинѣ 57 ми, а съ другой отнимая половину 17 пи отъ половины 57 ми.

Ибо когда сумма заключаетъ въ себѣ большое количество съ меньшимъ, то ежели къ сей суммѣ прибавится еще разность, въ такомъ случаѣ она будетъ уже содержать двойное большое количество; слѣд. большое количество равно половинѣ всего сего, то есть половинѣ суммы двухъ количествъ съ половиною разности ихъ. Напротивъ ежели отъ суммы отнимется разность, то въ остаткѣ будетъ двойное меньшее количество; и слѣд. меньшее равняется половинѣ суммы безъ половины разности.

306. *Ежели изъ какого нибудь угла всякаго прямолинейнаго треугольника ABC (фиг. 154 и 155) опустится на противоположенной бока перпендикуляръ; то происходитъ всегда слѣдующая пропорція: б къ AC, на которой или на продолженіе котораго падаетъ перпендикуляръ, содержится къ суммѣ*

АВ + СВ двухъ прочихъ боковъ, какъ разность АВ — СВ тѣхъ же боковъ къ разности отрѣзковъ AD и DC или къ суммѣ ихъ, смотря потому внутрь или внѣ треугольника упадетъ перпендикуляръ.

Опиши изъ точки В, какъ изъ центра, радиусомъ равнымъ боку ВС, окружность CEGF и продолжи бокъ АВ, пока онъ пересѣчетъ ее въ Е. Тогда АЕ и АС будутъ два секанса, проведенные изъ одной точки, взятой внѣ круга; и такъ по объявленному (123) будетъ служить сія пропорція АС : АЕ = АГ : АГ.

Но АЕ равно АВ + ВЕ или АВ + ВС, АГ равно АВ — ВГ или АВ — ВС; и АГ (фиг. 154) равно AD — DF или (53) AD — DC; почему АС : АВ + ВС = АВ — ВС : AD — DC. А въ фигурѣ 55, какъ АГ равно AD + DF или AD + DC, будетъ АС : АВ + ВС = АВ — ВС : AD + DC.

307. И такъ, зная три бока въ треугольникѣ, можно по сей пропорціи опредѣлить также, какіе сдѣлаетъ отрѣзки перпендикулярная линія, опущенная изъ какогонибудь угла на противоположенной ему бокъ; ибо въ фигурѣ 154 сумма АС отрѣзковъ известна, почему нашедши по показанной

пропорціи, въ которой при первые члена извѣстны, разность ихъ, потомъ удобно опредѣлишь можешь каждой отрѣзокъ по объявленному (305). Въ *фигурѣ* же 155 по извѣстной разности отрѣзковъ AD и CD, которая есть самой бока AC, пропорція опредѣлишь величину ихъ суммы.

308. Помощію сего правила не трудно рѣшить слѣдующій вопросъ.

По даннымъ тремъ бокамъ треугольника опредѣлить углы его.

Опустивши изъ какого нибудь угла перпендикуляръ, получишь два прямоугольные треугольника ADB, CDB.

Найди по предыдущей пропорціи какой нибудь отрѣзокъ, на примѣръ DC; потомъ въ прямоугольномъ треугольникѣ CDB по извѣстнымъ двумъ бокамъ BC и CD удобно сыщется по сказанному (299) уголъ C.

ПРИМѢРЪ. *Даны бока АВ 142 футовъ, бока ВС 64, и бока АС 184; спрашивается какой величины будетъ уголъ С.*

Нахожу разность отрѣзковъ AD и DC по сей присылкѣ, $184: 142 \div 64 = 142 - 64: AD - DC$, или $184: 206 = 78: AD - DC$; она равняется 87, 32, почему меньшей отрѣзокъ CD будетъ (305) равенъ половинѣ 184 безъ половины 87, 32; то есть 48, 34.

Послѣ сего въ прямоугольномъ треугольникѣ CDB сыскиваю уголъ CBD, а по немъ нахожу уголъ C; сыщется же уголъ CBD посылкою (299) $BC : CD = R : \sin. CBD$, то есть $64 : 48, 34 = R : \sin. CBD$.

Въ логариѳмахъ.

Лог. 48, 34 1,6843066

Лог. радиуса 1

Ариф. допол. лог. 64 8,1938200

Сумма или лог. *син.* CBD . . . 19,8781266
 которой въ таблицахъ ошвѣчаетъ $49^\circ 3'$; слѣд. уголъ C есть $40^\circ 57'$.

309. Во всякомъ прямолинейномъ треугольникѣ сумма двухъ какихъ нибудь боковъ его содержится къ разности ихъ, какъ тангенсъ половинной суммы двухъ угловъ, противоположенныхъ тѣмъ бокамъ, къ тангенсу половинной ихъ разности.

Ибо по объявленному (303) будетъ (фиг. 156) $AB : \sin. C = AC : \sin. B$; и (97) $AB + AC : AB - AC = \sin. C + \sin. B : \sin. C - \sin. B$; но (288) $\sin. C + \sin. B : \sin. C - \sin. B = \tanг. \frac{C+B}{2} : \tanг. \frac{C-B}{2}$; слѣд. $AB + AC : AB - AC = \tanг. \frac{C+B}{2} : \tanг. \frac{C-B}{2}$.

310. Сія пропорція служитъ къ рѣшенію треугольника, въ которомъ извѣст-

ны два бока и уголъ, заключающійся между тѣми боками.

Ибо еслили будетъ данъ уголъ А на примѣрѣ, то найдешь сумму двухъ угловъ В и С, когда вычтешь уголъ А изъ 180° . Такимъ образомъ приискавши въ таблицахъ тангенсѣ половины сего остатка, будешь имѣть съ данными двумя боками АВ и АС при известныхъ членахъ въ доказанной теперь пропорціи; а по нимъ сыщется четвертый, которой покажетъ половинную разность двухъ угловъ В и С. Узнавши же половинную сумму и половинную разность сихъ угловъ, сыщется большой уголъ (305), когда половинную сумму сложишь съ половинною разностію; а меньшей, когда половинную разность вычтешь изъ половинной суммы. Напоследокъ при известныхъ сихъ углахъ сыщется и третій бокъ по пропорціи, показанной (303).

ПРИМѢРЪ. Положимъ, что бокъ АВ данъ 142 футовъ, бокъ АС 120 и уголъ А 48° спрашивается величина двухъ угловъ С и В и бока ВС.

Вычитаю 48° изъ 180° , остатокъ 132° будетъ равенъ суммѣ двухъ угловъ С и В, и слѣд. 66° половинѣ суммѣ ихъ.

$$\begin{array}{l} \text{Посылаю } 142 + 120 : 142 - 120 = \text{танг. } 66^\circ : \text{танг.} \\ \frac{С - В}{2}, \text{ или } 262 : 22 = \text{танг. } 66^\circ : \text{танг. } \frac{С - В}{2}. \end{array}$$

Въ логариѣмахъ.

Лог. танг. 66° 10,3514169

Лог. 22 1,3424227

Ариѣ. допол. лог. 262 7,5816987

Сумма или лог. танг. половин. разности 19,2755383
которой въ таблицахъ отвѣчаетъ $100^{\circ} 41'$.

Сложивъ половинную сѣю разность съ полсуммою и вычепши ее изъ тойже полсуммы, буду имѣть какъ слѣдуетъ:

66°, 0'	66° 0'
100°, 41'	100°, 41'
76°, 41'	55° 19'

Уголъ С $76^{\circ} 41'$ Уголъ В $55^{\circ} 19'$

Напослѣдокъ сыскиваю бокъ ВС по сей пропорцій, *син.* С : АВ = *син.* А : ВС; то есть *син.* $76^{\circ} 41'$: 142 ф = *син.* 48° : ВС.

И производя рѣшеніе по предыдущимъ примѣрамъ найдется ВС 108 ф, 4.

311. Таковы суть средства, употребляемые при рѣшеніи преугольниковъ : послѣдующія же задачи будутъ служить примѣрами для сложнѣйшихъ фигуръ.

312. Положимъ, что требуется узнать разстояніе между двумя предметами С и D (фиг. 157), къ которымъ подойти не можно.

Вымѣряя разстояніе АВ, изъ крайнихъ точекъ котораго можно былобы видѣть оба шѣ предметы С и D. При станціи А вымѣряя углы САВ, ДАВ, которыя линія АВ составляетъ съ линіями АС, АД, умснвенно продолженными отъ А къ предметамъ С и D; равнымъ образомъ при станціи В найди углы СВА, ДВА.

Послѣ сего, узнавши въ треугольникѣ CBA два угла CAB , CBA и бокъ AB , сыщется бокъ AC (303). Равнымъ образомъ въ треугольникѣ ADB по известнымъ двумъ угламъ DAV , DBA и боку AB , опредѣдится бокъ AD . Наконецъ вообразивъ линію CD , получишь треугольникъ CAD , въ которомъ найдены два бока AC , AD и уголъ CAD , заключающійся между шѣми боками, извѣстенъ, понеже уголъ сей есть разность между вымѣренными двумя углами CAB , DAV ; слѣд. (310) сыщется и бокъ CD .

313. Тѣмъ же способомъ можно узнать склоненіе линіи CD , хотябы къ ней приближиться было не можно; ибо въ треугольникѣ CAD можно найти уголъ ACD , которой составляющъ линіи CD , AC ; но по прогеденіи умственной линіи CZ параллельно къ AB , явствуетъ, что уголъ ACZ будетъ дополненіемъ угла CAB по причинѣ шѣхъ параллельныхъ линій (40); и такъ сыскавши разность извѣснаго угла ACZ съ найденнымъ угломъ ACD , получишь уголъ DCZ , которой составляющъ ED съ CZ или съ ея параллельною AB ; а какъ не трудно узнать склоненіе AB , слѣд. легко сыщется послѣ того и еклоненіе CD .

314. Разсуждая о линіяхъ общали мы показати способъ, какъ опредѣлять различныя точки прямой линіи, когда за препятствіемъ, въ серединѣ находящимся не можно видѣть предѣловъ ихъ; вошѣ какъ въ семъ случаѣ поступать должно.

Выбери точку C (фиг. 158) гнѣ предложенной линіи AB такую, откуда видѣнь можно граниды A и B ; вымѣряй разстоянія AC и CB не посредственно или производя треугольники, коихъ сѣи линіи сдѣлаются боками, и которыя найдутся по предыдущему примѣру.

Такимъ образомъ въ треугольникѣ ACB узнавши два бока AC и CB и уголъ, лежащій между шѣми боками ACB , сыщется (310) уголъ BAC .

Послѣ сего поставивши нѣсколько кольевъ въ какомъ угодно направленіи CD , и вымѣривъ уголъ ACD , въ преугольникѣ ACD по извѣстнымъ двумъ угламъ A и ACD и боку AC , сыщется (304) бокъ CD ; тогда продолжая ставишь колья въ направленіи CD до тѣхъ поръ, пока опредѣлился длина равная сысканной, и почка D , гдѣ кончится сія длина, будетъ въ прямомъ положеніи съ почками A и B .

315. Когда же не лзя найти такой почки C , изъ которой можно видѣть обѣ почки вмѣстѣ A и B ; въ такомъ случаѣ надлежитъ поступать слѣдующимъ образомъ.

Сыщи почку C (фиг. 159), откуда можно было бы видѣть B , и другую почку E , изъ которой были бы въ виду A и C . По томъ опредѣливъ какимъ нибудь показаннымъ способомъ разстояніе AE , EC и CB , вымѣрай также при почкѣ E уголъ AEC , и при почкѣ C уголъ ECB .

По совершеніи сего въ преугольникѣ AEC по извѣстнымъ двумъ бокамъ AE , EC и углу, между ими лежащему AEC , опредѣляясь (310) бокъ AC и уголъ ECA .

Вычи уголъ ECA изъ вымѣреннаго угла ECB , получишь уголъ ACB ; а понеже AC найдена и CB вымѣрена, почему поступая по предыдущему такъ, какъ бы обѣ почки A и B были видны изъ точки C , кончится рѣшеніе тѣмъ же самымъ способомъ.

316. Изъ сихъ же правилъ явствуетъ, какъ должно въ фигурѣ 160 сдѣлать бапарею на продолженіи курцины AB .

317. Вымѣрять неприступную высоту, на пр. высоту горы (фиг. 161).

Выбери двѣ станціи въ F и G , изъ которыхъ можно видѣть высоту горы A ; по томъ аспролабією, которой линіи BF и CG показываютъ высоту, вымѣрай углы ABC , ABG , кои съ основаніемъ составляютъ умственно проведенныя изъ A къ

В и С линіи ВА, СА; изконецъ вѣ какой нибудь спандіи на примѣрѣ въ С расположивъ аспроабію; какъ было показано въ примѣрѣ, относящемся къ фигурѣ 146, вымѣряя уголъ АСD, которой ничто другое есть; какъ наклоненіе линіи АС къ горизонту; такимъ образомъ въ треугольникѣ АСВ по известнымъ двумъ угламъ АВС, АСВ и боку ВС, удобно сыщется (304) бокъ АС; въ треугольникѣ АДС по найденному и еверъ только боку АС, вымѣренному углу АСD и углу прямому D, понеже AD есть высота перпендикулярная, найдется AD, то есть высота почки А въ разсужденіи почки С. Когда же пошрбуемся узнатьъ высоту А въ разсужденіи почки В, или въ разсужденіи всякой другой почки близъ ней лежащей, въ такомъ случаѣ нужно сдѣлать ураженіе или сыскать разность высотъ, находящуюся между почками С и В; но о семъ будемъ говорить ниже.

318. Пусть А, В, С (фиг. 162) будутъ известныя точки, то есть между которыми находящіеся разстоянія и углы известны; требуется сдѣлать батарею енѣ сихъ трехъ точекъ такимъ образомъ, чтобы изъ точки D гдѣ построится батарея, видны были бока АВ и ВС подъ известными углами; спрашивается положеніе точки D.

Вообрази кругъ, окружность котораго бы захватила при точки А, С и D, по номѣ предсавъ въ умѣ прямую линію DBF съ двумя хордами AF и CF.

И такъ въ треугольникѣ AFC, котораго известны АС, уголъ FAC равный FDC и уголъ FCA равный FDA, можно найти FC и FA (304).

Въ треугольникѣ FBC по известнымъ FC, BC и углу FCB, состоящему изъ угла FCA равнаго FDA и даннаго угла АСВ, сыщется (310) уголъ CBF, которому дополненіемъ служишъ CBD.

Напоследокъ въ треугольникѣ CBD по известнымъ боку СВ, углу CBD и углу BDC, найдется удобно DC; такимъ же образомъ поступая, най-

дешь AD посредствомъ треугольниковъ AFC , ABF и ABD .

Ежели сумма двухъ вымѣренныхъ угловъ ADB , BDC найдется равна углу ABC или его дополненію, въ такомъ случаѣ задача будетъ не опредѣленна, или должна имѣть безчисленное множество рѣшеній, и точка B не въ иномъ мѣстѣ, какъ на орудности будетъ находиться.

Между примѣрами, которые могутъ служить начинающимъ упражняться въ Тригонометрической практикѣ, за нужное считаемъ показать выкладку линий и угловъ правильнаго укрѣпленія на пр. въ пятиугольникѣ, расположенномъ по первому способу Г. Вобана.

Пусть будутъ даны наружной бокъ AB (фиг. 163) 180 шаговъ, перпендикуляръ CD 30 шаговъ, фасы бастіона AE , BE 50 шаговъ. Ширина AG рва противъ угла бастіона или радіусъ дуги койрескарпа 18 шаговъ, Капиталь HI равелина 55 шаговъ, разстояніе ET отъ плечаго угла до пересѣченія T фасомъ QI равелина 3 шага.

И такъ въ треугольникѣ ACD прямоугольномъ въ C , по извѣстнымъ AC и CD , можно найти (300) углы DAC , ADC и бокъ AD (166); по углу BAC будутъ извѣстны равные ему углы DBC , EIK , EKL ; по тому же углу DAC , сравненному съ половиною внутренняго угла пятиугольника, выйдетъ половина угла бастіона VAE .

Когда извѣстны AD и AE , то будутъ также извѣстны DE и равная ей DF ; такимъ образомъ въ треугольникѣ ADF по найденнымъ AD и DF и углу ADF вдвое большае ADC , выйдетъ (310) углы DFA , DAF и бокъ AF ; а какъ въ семъ спроектии треугольникъ AFL есть равнобедренный, то два угла ALF и AFL удобно быть могутъ извѣстны. Сложивъ первъ изъ сихъ угловъ съ угломъ KLE равнымъ DAC , получишь уголъ KLF куршины. Когда же выйдетъ съсканной уголъ AFD изъ угла AFL , въ осмашкѣ будетъ

уголъ KFL , коего дополненіе LFB есть пасной уголъ.

Ежели изъ AL равной AF вычтешь AD , тогда получишь DL ; по томъ по причинѣ подобія треугольниковъ ADB , KDL , найдется KL или куршина.

Въ треугольникъ KLF , коего всѣ углы извѣстны и бокъ KL , удобно сыщутся (304) KF и LF .

Изъ KF вычти FD , получишь KD ; послѣ чего въ прямоугольномъ треугольникъ KMD по извѣстнымъ KD , KM , сыщется (166) MD . Слѣд. найдется также и MC .

Въ треугольникъ AOC (вообразивъ, что O есть центръ полигона) по извѣстнымъ AC и всѣмъ угламъ, удобно вычислишь можно AO и OC (299 и 300).

Въ прямоугольномъ треугольникъ AGF по извѣстнымъ AF и AG , сыщется уголъ FAG (299), которой сложивъ съ FAD и DAO , получишь дополненіе GAN .

И такъ зная GAN , найдешь дополненіе его ANG или ONH ; послѣ чего въ треугольникъ ONH , котораго уголъ NOH извѣстенъ, удобно сыщется уголъ NHO и слѣд. дополненіе его QHI .

Въ прямоугольномъ треугольникъ NAG , легко можно узнать AN , которую сложивъ съ AO получишь ON ; въ треугольникъ ONH по извѣстному боку ON и всѣмъ угламъ найдется OH ; OH вычти изъ OC , остатокъ покажешь CH ; а по извѣстной HI сыщется CI . Сложи CI съ CD , получишь DI въ треугольникъ TDI , въ которомъ сверхъ того извѣстны DT или $DE + ET$ и уголъ TDI ; слѣд. можно (310) опредѣлишь уголъ DIT или HIQ треугольника HIQ , въ которомъ будутъ теперѣ извѣстны HI и уголъ QHI . Почему въ треугольникъ семъ QHI удобно вычисленна быть можетъ демитуржа QH , а фасъ QI равелина QIP .

О Слособахъ Тригонометрическихъ , упо-
требляемыхъ при снятїи и черченіи
Плановъ.

319. Искусство чершить планы состоитъ въ опредѣленїи на бумагѣ точекъ такъ , какъ расположены на землѣ предметы , которые нѣ точки должны представлять. Въ семъ случаѣ предполагается , что всѣ предметы лежатъ въ одной горизонтальной плоскости ; когдажъ того не находится , то есть , когда дѣйствїя , употребленныя къ опредѣленїю положенїй предметовъ , не были произведены въ одинакой горизонтальной плоскости , тогда не прежде приецунай къ черченію плана , какъ по приведенїи наблюденїй своихъ въ такое положенїе , какъ бы они произведены были въ горизонтальной плоскости.

Мы сначала покажемъ , какъ должно поступать съ наблюденїями , сдѣланными въ горизонтальной плоскости или приведенными въ такое положенїе ; а потомъ скажемъ о способѣ приводить ихъ въ оное.

Пусть А, В, С, D, Е, F, G, Н, I, К (*фиг. 163*) будутъ многіе примѣчанїя достойные предметы , которыхъ положенїя требуется представить на планѣ.

Назначь сначала какъ нибудь на бумагѣ предметы въ такомъ видѣ, какъ они гла-замъ твоимъ представляются, переходя въ различныя мѣста, откуда можно обозрѣ-вать ихъ: сей первой рисунокъ послуживъ къ наблюденію разныхъ мѣръ, копорыя про-изводить должно въ продолженіи рѣшенія.

Вымѣрай основаніе АВ соразмѣрной дли-ны разстоянію опдаленныхъ предметовъ, копорыя видѣшь можно изъ конечныхъ по-чекъ его; сіи точки должны расположены бытъ такъ, чтобъ изъ нихъ сколько можно больше находилось въ виду разныхъ предме-товъ. Потомъ Астролабією вымѣрай при точкѣ А углы ЕАВ, FAB, GAB, САВ, DAB, копорыя составляютъ при А съ осно-ваніемъ АВ, линіи умственныя проведенныя отъ той точки А къ предметамъ Е, F, G, С, D, предположивъ, что они въ виду находяща изъ концовъ А и В основанія; такимъ же обра-зомъ вымѣрай при В углы ЕВА, FBA, GBA, CBA, DBA, копорыя составляютъ съ АВ линіи умственныя проведенныя изъ В къ тѣмъ же самымъ предметамъ.

Еслии найдутся предметы, какъ на пр. Н, I, коихъ не можно было видѣшь изъ ко-нечныхъ точекъ А и В; въ такомъ случаѣ должно перейти въ другія два изъ наблю-

денныхъ мѣстѣ Е и F такія, откуда бы можно было видѣть ея предметы Н и I; тогда принявъ EF за основаніе, вымѣряй углы HEF, IEF, HFE, IFE, которые составляютъ съ симъ новымъ основаніемъ линіи, простирающіяся отъ концовъ Е и F къ предметамъ Н и I. Наконецъ ежели еще найдется какой ни есть предметъ, какъ на пр. К, котораго не можно было видѣть ни изъ концовъ АВ ни изъ концовъ основанія EF; для сего изъбери основаніемъ какую нибудь претію линію, на пр. FG, и вымѣряй изъ концовъ ея показаннымъ образомъ углы KFG, KGF.

По совершеніи сего, въ треугольникахъ АСВ, АDB, АЕВ, АFB, AGB, изъ которыхъ въ каждомъ извѣстны бокъ АВ, и два при семъ боку лежащіе угла, удобно сысканы бышь могутъ (304) прочіе ихъ два бока.

Что касается до треугольниковъ HEF, IEF, то какъ въ нихъ вымѣрены только были углы при концахъ линіи EF, надлежитъ сперва найти сію линію EF посредствомъ треугольника EAF, въ которомъ извѣстны уголъ EAF, разность между вымѣренными углами EAB, FAB, и бокъ AE, AF по сдѣланной выше выкладкѣ: слѣд. найдется (310) EF; послѣ чего въ каждомъ изъ

треугольников HEF , IEF , узнавши бока EF и два угла при немъ лежащіе, сдѣлай такую же выкладку для двухъ прочихъ угловъ, какую дѣлалъ въ первыхъ треугольникахъ; иѣмъ же способомъ рѣшится и треугольникъ KFG .

По окончаніи сихъ выкладокъ, проводи (фиг. 164) на бумагѣ линію ab , которую сдѣлай равную столькомъ частямъ по масштабу, долженствующему опредѣлить желаемую величину плана, сколько найдено сажень или фузовъ въ линіи AB ; по томъ опредѣли какую нибудь изъ примѣченныхъ точекъ въ концахъ AB основанія, на пр. точку E , взявши на масштабѣ столько частей, сколько по выкладкѣ вышло сажень или фузовъ для линіи AE , и изъ точки a , какъ центра, радіусомъ ae равнымъ числу иѣхъ частей опиши дугу. Равнымъ образомъ взявши съ масштаба столько частей, сколько содержитъ сажень или фузовъ BE , изъ точки b , какъ центра, радіусомъ равнымъ числу иѣхъ частей, пересѣки первую дугу, описанную радіусомъ ae въ точкѣ e , которая представитъ на бумагѣ положеніе точки e въ разсужденіи ab точно такое, какое E представляеть въ разсужденіи AB ; ибо по сочиненію сему бока треугольника aeb будутъ пропорціональны бокамъ треугольника AEB ; почему онъ ему

подобенъ: такимъ же образомъ поступая, опредѣлишь точки f, g, c, d , долженствующія представлять тѣ же положенія, какія представляють точки F, G, C, D .

Что касается до точекъ h, i, k , долженствующихъ представлять предметы H, I, K , которые не были видны изъ A и B ; то по опредѣленіи точекъ e, f, g показаннымъ образомъ, линіи ef и fg будутъ служить основаніемъ, такъ какъ прежде ab служила для c, d, e, f, g ; почему дѣйствіе рѣшенія будетъ состоять въ томъ же, чтобы радіусами he, hf , содержащими столько частей по машпабу, сколько найдено по выкладкѣ сажень или футовъ въ HE и HF , описатьъ дуги, коихъ пересѣченіе h покажетъ точку H ; равнымъ образомъ другія пересѣченія означуть прочія точки. Тогда фигура, начерченная на бумагѣ, будетъ подобна фигурѣ того мѣста земли, съ котораго былъ снятъ планъ (128), ибо она будетъ состоять изъ одного числа треугольниковъ подобныхъ, и сходственно расположенныхъ; на послѣдокъ ничего больше не остается дѣлать, какъ изобразить при каждой точкѣ примѣченные предметы, промежушки же не столь важные и не заслуживающіе особеннаго вниманія означутся способами, о которыхъ ниже упомянемъ.

Часть II. Р

О способѣ приводить Углы, вымѣренные въ плоскостяхъ, наклоненныхъ къ горизонту, въ такие, какъ бы всѣ предметы были видимы въ одной горизонтальной плоскости.

320. Когда въ наблюденьяхъ предыдущаго рѣшенія предметы не будутъ лежать всѣ въ одной горизонтальной плоскости, тогда не прежде надлежитъ приступать къ черченію плана, какъ по приведеніи угловъ въ такое положеніе, въ какомъ должны бы они быть, если бы всѣ предметы находились въ одномъ горизонтѣ: и вотъ какимъ образомъ сіе сдѣлается.

Пусть A, B, C (фиг. 165) будутъ три точки, изъ которыхъ каждая лежитъ различно выше горизонта, на примѣръ положимъ, что высоты ихъ представляютъ AD, BF, CE ; слѣд. FDE служишь горизонтомъ: уголъ BAC вымѣренъ; но какъ плоскость, къ которой относятся сіи предметы есть FDE , то вообразивъ, что B находится въ F , A въ D , и C въ E , требуется узнать уголъ FDE .

Въ станціи, гдѣ будешь вымѣрять уголъ BAC , вымѣрай также углы BAD, CAD , которые составляютъ умственные линіи $AB,$

АС съ перпендикуляромъ; упадающимъ изъ А къ горизонту; что учинено быть можешь по изъясненному способу въ примѣрѣ, относящемся къ *фиг. 146 на страницѣ 233*.

Послѣ чего представь, что АВ и АС продолженныя; естли нужда того потребуешь; сходятся съ горизонтальною плоскостью FDE въ точкѣ G и I; въ треугольникахъ ADG, ADI, прямоугольныхъ въ D, принявъ AD за цѣлой синусъ; DG и DI будутъ тангенсы вымѣренныхъ угловъ GAD, IAD, а AG, AI секансы ихъ; и такъ приискавъ въ таблицахъ тангенсы и секансы угловъ GAD, IAD, узнаешь 1е. въ треугольникѣ GAI бока GA, AI; а по симъ бокамъ и вымѣренному углу GAI можешь (310) найти бокъ GI. 2е. Въ треугольникѣ GDI, по извѣстнымъ бокамъ GD, DI и сысканному боку GI, сдѣлай выкладку (308) для угла GDI.

Равнымъ образомъ поступая, приведи вымѣренный уголъ при точкѣ В; а по приведеніи въ треугольникъ двухъ угловъ въ горизонтальное положеніе, не нужно болѣе дѣлать выкладки для прешьяго, потому что по извѣстнымъ двумъ угламъ треугольника, прешій самъ собою означится.

По приведеніи угловъ не трудно уже будетъ привести въ горизонтальное положеніе всѣ разстоянія или одно (попому что въ треугольникѣ довольно и одного). Ибо представивъ горизонтальную линію ВО въ треугольникѣ ВАО, прямоугольномъ въ О, по извѣстнымъ частямъ его ВА, которая вымѣрена, углу прямому и углу ВАО, удобно (299) сыщутся ВО или FD.

П Р И М Ъ Р Ъ.

Положимъ, что мы сыскали уголъ ВАС $62^{\circ} 37'$; уголъ ВAD $88^{\circ} 5'$ и уголъ САD $78^{\circ} 17'$; пріискивая въ таблицахъ секансы и тангенсы угловъ ВAD и САD, и пишу ихъ съ означеніемъ у нихъ послѣднихъ трехъ цифръ.

<i>Сек.</i>	$88^{\circ} 5'$ или AG	29,90
<i>Сек.</i>	$78^{\circ} 17'$ или AI	4,92
<i>Танг.</i>	$88^{\circ} 5'$ или DG	29,88
<i>Танг.</i>	$78^{\circ} 17'$ или DI	4,82

Тогда въ треугольникѣ AGI, нахожу (310) половину разности двухъ угловъ AGI, AIG по сей посылкѣ, $AG + AI: AG - AI = \tan. 58^{\circ} 41'$ половины суммы двухъ угловъ къ тангенсу половинной разности; она состоитъ изъ $49^{\circ} 42'$, почему уголъ AGI будетъ $8^{\circ} 59'$; послѣ чего (304) GI найдетъся 27, 98.

По извѣстнымъ тремъ бокамъ DG, DI, GI сыщется (308) уголъ GDI $62^{\circ} 27'$.

Если случится, что таблицы не содержатъ секансовъ, въ такомъ случаѣ весьма удобно они сысканы быти могутъ по предписаннымъ правиламъ (282).

О Слособахъ, служащихъ дополненіемъ Тригонометріи при снятіи Плановъ.

321. Тригонометрическія выкладки бывающіе необходимо нужны, когда главные

предметы пространства, съ котораго требуется снятъ планъ, находясь между собою въ довольно великомъ разстояніи.

Когда же разстоянія сіи бывають посредственны, то вымѣривъ основаніе и углы, какъ было показано (319), вмѣсто того чѣмъ чертитъ на бумагѣ треугольники подобныя тѣмъ, которые были вымѣрены на землѣ, посредствомъ выкладки боковъ ихъ, взявъ ихъ по масштабу, можно довольствоваться одними вымѣренными углами, такъ какъ слѣдуетъ.

Способъ сей бываетъ не столько исправенъ какъ предыдущій, потому что транспортиръ или вообще всякой другой инструментъ, служащій къ черченію на бумагѣ угловъ равныхъ тѣмъ, которые вымѣрены на землѣ, имѣя весьма малой радіусъ, не можетъ удовлетворишь той точности, какую можно сыскать, бравши по масштабу величину боковъ опредѣленную выкладкою.

Но какъ весьма рѣдко случается нужда въ строгой точности, при томъ же переноска угловъ на бумагу производится удобнѣе и скорѣе, почему сей послѣдній способъ сдѣлался весьма употребителенъ и почиается

за довольно исправной. Онъ состоить въ слѣ-
дующемъ: проводи линію *ab* (фиг. 164),
равную по масштабу плана осполькимъ
частямъ, сколько вымѣрено въ АВ; потомъ
при крайнихъ точкахъ *a*, *b* сдѣлай углы
eaб, *eba* *fab*, *fba* и проч. равные вымѣрен-
нымъ угламъ ЕАВ, ЕВА FАВ, FВА и проч.
которые составляютъ основаніе съ предмета-
ми, примѣченными изъ А и В. Наконецъ со-
единивъ точки *e* и *f* прямою линіею *ef*,
начерши при концахъ сей линіи *ef*, какъ
при основаніи углы, равные тѣмъ, которые
вымѣрены при Е и F, и такъ далѣе.

322. Можно также обойтись безъ приго-
нометрической выкладки при приведеніи уг-
ловъ, вымѣренныхъ въ наклоненной плоскости,
въ горизонтальное положеніе. И вотъ пому
способъ.

Положимъ, что тѣхъ самая наблюде-
нія сдѣланы, какія въ (320) для *фигуры*
165; и такъ при точки А (фиг. 166) ка-
койнибудь линіи AD сдѣлай углы DAG,
DAI, равные вымѣреннымъ вертикальнымъ
угламъ DAG, DAI *фигуры* 165; чрезъ поч-
ку D *фиг.* 166, произвольно взятой на AD,
проведи къ сей линіи перпендикуляръ IDG
не опредѣленной величины. Изъ А продол-
жи линію AM, составляющую съ AI уголъ

ІАМ равной углу ВАС, кошорой перебуется сдѣлать горизонтальнымъ, и положивъ АМ равную АС, соедини почки І и М линіею ІМ. Напосѣдокъ изъ почки І, какъ изъ центра, радіусомъ ІМ, и изъ почки D радіусомъ DG засѣки дуги, пересѣкающіяся въ О; отъ чего уголъ ІДО будетъ желаемый.

О Компасѣ и его употребленіи.

323. *Компасъ* есть круглая мѣдная или деревянная коробочка (фиг. 167), внутри которой на остроконачномъ спицѣ, ушвержденномъ по срединѣ, накладывається стальная, магнитомъ натертая спрѣлка, имѣющая свободное обращеніе на томъ спицѣ. Нижній кругъ коробочки раздѣляется на 360 градусовъ, а въ верхнемъ кругѣ ея или ободочкѣ при раздѣленіяхъ 180° и 360° , или при линіѣ, параллельно проходящей чрезъ сіи два раздѣленія, вставляющіяся два діоптра.

324. Употребленіе компаса основывается на свойствѣ магнитной спрѣлки, кошорая постоянно наблюдаетъ одинакое положеніе, или обращается опять къ нему, будучи опшедена (по крайней мѣрѣ въ одномъ мѣстѣ и въ продолженіи довольнаго времени). Изъ сего явствуетъ, что при обращеніи

компасной коробочки можно судить о томъ количествѣ, на какое она повернется, сравнивая точку раздѣленія градусовъ, въ которой стрѣлка останоится, съ пою, въ которой она прежде стояла.

325. Компасъ по большой части накладывается на Аспролабію, и служитъ къ показанію положенія предметовъ въ разсужденіи четырехъ странъ свѣта или въ разсужденіи полуденной линіи, съ которою магнитная стрѣлка составляетъ всегда одинъ уголъ въ одномъ мѣстѣ и въ продолженіи почти цѣлаго года.

326. Компасъ можетъ служить самъ по себѣ къ измѣренію угловъ подобно Аспролабіи; но какъ нѣкоторыя причины не позволяютъ сдѣлать довольной длины для магнитной стрѣлки, почему градусы занимая въ раздѣленіяхъ весьма малое пространство, не могутъ вымѣрять угловъ съ такою точностію, какъ Аспролабія: и для того компасъ употребляется только къ показанію на планѣ румбовъ, или склоненія линіи отъ полуденной линіи при главныхъ точкахъ, означенныхъ предыдущими способами.

327. Пусть для примѣра требовалось бы снять планъ съ теченія рѣки; вошки

коля при поворогахъ ея А, В, С, D, Е, F, (фиг. 168), и поставивъ компасъ въ точку А такъ, чтобъ діоптры были направлены по линіи АВ, сочи на раздѣленіяхъ число градусовъ, заключающееся между линіею АВ и склоненіемъ спрѣлки, по шомъ смѣрай АВ. Послѣ сего поставивъ компасъ въ точку В, направь діоптры по линіи ВС, и замѣрь уголъ, которой дѣлаетъ ВС съ ВN склоненіемъ спрѣлки, параллельнымъ первому направленію AN, вымѣрай ВС; наконецъ поступай равнымъ образомъ при каждомъ поворогѣ. Вымѣривши всѣ углы и разстоянія, перенеси ихъ на бумагу слѣдующимъ образомъ:

Возьми по изволенію точку *a* (фиг. 169), долженствующую представлять точку А, и проводи произвольно линію *an* для изображенія склоненія магнитной спрѣлки. При *a* сдѣлай транспортиромъ уголъ *nab* равный вымѣренному углу NAB, и положи по масштабу *ab* равную столько частямъ, сколько найдено мѣрѣ въ разстояніи АВ. У точки *b* проводи *bn* параллельную съ *an*, сдѣлай уголъ *nbc* равный NBC, возьми съ масштаба для *bc* столько частей, сколько мѣрѣ сыскано въ ВС. Равнымъ образомъ поступай при прочихъ точкахъ; послѣ чего изо-

брази предметы, какъ они глазамъ твоимъ представлялись,

Что сказано о изгибахъ рѣки, тоже разумѣть должно о поворотахъ дороги, объ окруженіи лѣсовъ и болотъ.

О Геометрическомъ Столикѣ и его употребленіи.

328. При снятіи плановъ употребляется еще другой способъ, который почитается тѣмъ способѣ, что не требуетъ многихъ принадлежностей, и съ помощію котораго можно чертить на бумагѣ различные предметы вдругъ, не выпуская ихъ изъ виду. Инструментъ, служащій для сего дѣйствія, представленъ *фигурою* 170. ABCD есть четвероугольная доска, которая имѣя длиннику отъ 16 до 18 дюймовъ, и поперешнику почти столько же, поддерживается шпательфомъ, какъ Астролабія. На поверхность столика полагается листъ бумаги, которой прикрѣпляется по краямъ рамкою. LM представляетъ линѣйку, снабженную по концамъ діоптрами, расположенными параллельно между собою.

Снимается планъ посредствомъ сего инструмента, называемаго *Геометрическимъ столикомъ*, слѣдующимъ образомъ: возъ-

ми, какъ въ предыдущихъ рѣшеніяхъ было показано, распомяне mn , и поставивъ столикъ въ m , прикажи вспкнущъ колъ въ n ; положи линѣйку на бумагу и направивъ ее, смотря сквозь діоптры, прямо на колъ n , проводи линію EF , которую сдѣлай по маштабу равную распомянію mn . По томъ поворачивая линѣйку около точки E , наводи ее поперемянно на предметы I , H , G , и при каждомъ направленіи проводи на бумагѣ линіи неопредѣленной величины. По продолженіи такимъ образомъ линій изъ точки m ко всѣмъ въ виду находящимся предметамъ, перенеси столикъ въ n , оставивъ въ точкѣ m колъ, и производи въ сей спандіи тѣ же самыя дѣйствія относительно къ предметамъ I , H , G , какъ и въ первой. Точки g , h , i , гдѣ линіи fi , fh , fg , продолженныя во второмъ случаѣ къ предметамъ, пересѣкутъ первыя линіи, будуще представлять оныя предметы G , H , I .

329. Геометрической столикъ употребляется особенно или для показанія спранъ свѣта мѣсту, котораго главные предметы назначены на планѣ исправно по предыдущимъ способамъ, или для дополненія на картѣ опущенныхъ предметовъ.

Пусть для примѣра точки A , B , C (фиг. 171) были бы опредѣлены и назначе-

ны на картѣ въ *a*, *b*, *c*, точки же *D* положеніе неизвѣстно; то вотъ какимъ образомъ она опредѣлился посредствомъ столлика. Поставь столикъ въ точку *D*, и означь на немъ спраны свѣта, какъ будетъ показано ниже; тогда наведши линѣйку съ діоптрами прямо на *Aa*, по томъ на *Bb*, проведи въ первомъ и другомъ случаѣ линѣи; пересѣченіе сихъ линѣй *d* покажетъ на картѣ положеніе точки *D* въ разсужденіи предметовъ *A*, *B*, *C*.

А чтобы удостовѣриться въ положеніи семъ, то наведи линѣйку съ діоптрами по направленію *Cc*, и смотри, пройдетъ ли продолженная сія линѣя чрезъ точку *d*.

330. На картѣ означается всегда склоненіе магнитной стрѣлки, и при семъ рѣшеніи употребляется компасъ четвероугольной фигуры, какъ явствуетъ въ *фиг. 172*, котораго поперешникъ около прети меньше длинника; на срединѣ основанія вырѣзывается линѣя, параллельная съ продолговатымъ бокомъ ящичка; на сей линѣи ушверждается спицъ и накладывается на него стрѣлка.

Для означенія на картѣ склоненія магнитной стрѣлки поступай слѣдующимъ

образомъ: приложивъ линѣйку съ діоптрами къ линѣи, означающей на планѣ разстояніе двухъ какихъ нибудь предметовъ, приведи ее въ такое положеніе, какое въ самой наатурѣ находишься; поставь на столикѣ компасъ, и поворачивай его до тѣхъ поръ, пока стрѣлка установится на полуденной линѣи, то есть, на линѣи, назначенной по срединѣ дна ящичка; наконецъ проводи вдоль сего компаса линѣю, которая будетъ показывать склоненіе стрѣлки.

331. И обратно, когда по склоненію стрѣлки потребуетъся сдѣлать расположеніе плана или столика такое, какое находишься между предметами, лежащими на землѣ; стоить только сообразить полуденную линѣю карты съ полуденною линѣею компаса.

332. Можно опредѣлить положеніе предметовъ не только посредствомъ двухъ станцій, какъ мы изъяснили въ *фигурѣ 170*, но и одною; но въ такомъ случаѣ должно уже отъ столика къ каждому предмету вымѣривать разстояніе, и класъ его по масштабу на бумагѣ.

О К в а д р а н т ѣ.

333. Хотя квадрантъ, о которомъ намибренны мы говоримъ теперь, не имѣетъ

никакого отношенія къ Тригонометріи, и не употребляется при снятіи плановъ; однакожь почитаемъ за приличное помѣстивъ описаніе его между инструментами, которые служатъ къ измѣренію угловъ.

Квадрантомъ въ Артиллеріи называется всякой инструментъ; посредствомъ котораго можно узнавать степень склоненія отверстій огнестрѣльныхъ орудій, хотя нѣкоторые изъ нихъ состоятъ изъ дуги не болѣе 45 градусовъ.

Употребительнѣе всѣхъ есть четверть круга ACD (*фиг. 173*), которая сверхъ двухъ радіусовъ или линіекъ CA , CD и отточка AD , раздѣленнаго на 90 частей, имѣетъ еще линію перпендикулярно придѣланную къ концу радіуса CA ; у центра же C привѣшивается отвѣсъ на ниткѣ, котораго мы будемъ разсматривать теперь употребленіе.

334. Когда понадобится вымѣрять наклоненіе морширы помощію квадранта, то для сего располагается онъ двоякимъ образомъ, какъ явствуется въ *фигурахъ 174 и 175*; въ первой (*фиг. 174*) линію AB полагается на жерло морширы, а во второй (*фиг. 175*) она кладется на дуло ея параллельно съ осью; въ томъ и другомъ случаѣ плоскость квадранта бываетъ вертикальна, ког-

да отвѣсѣ CI падаетъ параллельно съ ободочкомъ.

Въ *фигурѣ* 174 склоненіе морширы измѣряется угломъ DCI или дугою DI , заключающеюся между ниткою отвѣса и радіусомъ CD , параллельнымъ съ линійкою AB , потому что сіе склоненіе есть дополненіе угла, копорой ось морширы или параллельной ей радіусъ CA составляетъ съ вершинною линіею или CI .

Въ *фигурѣ* 175 склоненіе морширы измѣряется угломъ ACI , копорой составляется изъ отвѣса и радіуса CA , перпендикулярнаго къ линійкѣ AB .

335. *Фигуры* 176 и 177 представляють помянутое инструменѣ, только состоящій изъ дуги 45° . Въ положеніи, означенномъ *фигурою* 176, онъ можетъ измѣрять одни склоненія ниже 45° ; а въ положеніи, изображенномъ *фигурою* 177, служивъ только къ измѣренію склоненій выше 45° .

Въ *фигурѣ* 176, склоненіе морширы измѣряется угломъ ACI ; а въ *фигурѣ* 177 дополненіемъ угла ACI .

336. *Фигура* 178 представляетъ инструменѣ, употребляемый при измѣреніи склоненія оси въ пушкахъ.

AB есть желѣзная линійка, шириною около 15 линій, толщиною 4, а длиною отъ

3 до 4 фушовъ. На концѣ ея В придѣляется желѣзной кружокъ ВЕ, къ которому линѣйка АВ должна быть перпендикулярна; сей кружокъ бываетъ одинакой толщины съ линѣйкою, но въ діаметрѣ нѣсколько поменьше пушечнаго отверстія. По срединѣ сего круга повернуша дыра, дабы въ отверстіе ея могъ проходить воздухъ, когда онъ всовывается въ пушку.

На другомъ концѣ А линѣйки АВ находится мѣдной секторъ круга около 15 дюймовъ въ радіусѣ, коего ободчикъ СD раздѣляется на градусы и минуты. Раздѣленіе начинается отъ конца С радіуса АС перпендикулярнаго къ линѣйкѣ, и простирается до 45° отъ С къ D; въ противную же сторону не болѣе отъ 4 до 5 градусовъ. Изъ центра виситъ на ниткѣ или на волоскѣ гирька, сохраняемая отъ вѣтру въ футлярѣ. Сей футлярецъ есть продолговатой и узенькой мѣдной ящичекъ, свободно обращающійся около центра А; къ низу имѣетъ онъ не большое отверстіе, въ которое вставляеется увеличительное стекло, дабы сквозь оное лучше примѣнить раздѣленія на ободчикѣ, сходствующія съ отвѣсомъ. На днѣ сего футляра находится иногда сосудецъ, наполненный водою, въ которую и опускается

отвѣсѣ , дабы предохранить его отъ колебанія.

Инструментъ сей не употребляется на войнѣ , но служитъ съ великою пользою въ опытахъ , требующихъ точности.

О Уравненіи или Нивелированіи.

337. Многія наблюденія доказываютъ , что земля есть не плоская , но сферическая или почти - что сферическая ; ибо при открытіи берега глазамъ мореплавателей первыми предметами представляются самые возвышеннѣйшіе. Но ежели бы поверхность земли была плоская , то въ то же время , когда они увидѣли башню В , обняли бы взоромъ и все около ее лежащее пространство АВС (*фиг. 179*). Сего однакожъ не случается , потому что поверхность ДАС земли часъ отъ часу становится ниже въ разсужденіи горизонтальной линіи DV корабля. Совсѣмъ тѣмъ двѣ точки Д и В могутъ казаться въ одномъ горизонтѣ DV , хотя онѣ и неравно отстоятъ отъ поверхности , и свѣд. отъ центра Т земли. *Горизонтальною линіею* называется такая линія , которая сходствуеѣтъ съ поверхностію моря , или бываетъ параллельна къ сей поверхности , именуемой *горизонтальною плоскостію* ; *вертикальная*

Часть II.

С

же линія напрошивъ того есть та, кото-
рая перпендикулярно упадаетъ на горизон-
тальную плоскость.

Уравнивать ничто другое значить,
какъ опредѣлять, чѣмъ одинъ предметъ въ
разсужденіи другого отстоитъ больше или
меньше отъ центра земли.

338. Когда одинъ предметъ, видимый
изъ другого, кажется съ нимъ въ одной
горизонтальной линіи, тогда оба они от-
стоятъ различно отъ центра земли. А
дабы узнать сію разность, то надлежитъ
примѣчать, что всякое разстояние, на ка-
комъ можно обозрѣвать земные предметы,
или по крайней мѣрѣ по разстояние, кото-
рое берется при уравниеніи, бываетъ всегда
такъ мало, что не можно разстояние сіе
DI (фиг. 179), вымѣренное на поверхности
земной, принять за равное тангенсу DB;
ибо видѣли мы (124), что тангенсъ
BD есть средняя пропорціональная между
всякимъ секансомъ, проведеннымъ изъ поч-
ки В, и наружною частию VI того же секан-
са; но какъ по причинѣ малости дуги DI,
можно секансъ, проходящій чрезъ почку В
и центръ Т, принять за равный діаметру,
то есть, двойному IT или двойному DT; по-
чему VI будетъ служить четвертымъ чле-
номъ въ сей пропорціи $2DT : DI :: DI : VI$.

Положимъ, что DI будучи вымѣрена на поверхности земной ссигишъ изъ 600 футовъ; почему знаяши, что радиусъ земли содержишъ 1965480 футовъ, найдешъ VI по сей посылкѣ $39210960:6000 = 6535:VI$; по совершеніи выкладки сыщешся, что между двумя элементами, описанными другъ ошъ друга на 600 футовъ, и находящимися въ одной горизонтальной линіи, разность VI разстоянія отъ центра земли будешъ состоять изъ 0ф, 91811 или 11д 0л 2с.

339. По исчисленіи разности VI , безъ всякаго труда можно сыскашь разности, находящіяся на меньшемъ разстояніи, обративъ только вниманіе, что разстоянія VI , bi суть почти равны и параллельны DQ , Dq , которыя (173) содержатся между собою, какъ квадраты хордъ или дугъ DI , Di ; ибо хорды могутъ приняты быть здѣсь за одно съ дугами.

Такимъ образомъ сыщешся разность bi разстоянія двухъ мѣстъ, между которыми находится 5000 футовъ по сей посылкѣ, $6000^2:5000^2 = 0,91811:bi$, которая по выкладкѣ будешъ равна 0ф, 63758, или 7д 7л 9с.

340. Точка B , находящаяся въ одной горизонтальной линіи съ D , имѣетъ *мнимое равенство* (le niveau apparent) или *мнимой горизонтъ* съ точкою D отъ центра земли; но точка I есть *истинное равенство* (le niveau vrai) точки B съ точкою D , такъ что VI показываетъ разность между истиннымъ и мнимымъ равенствомъ.

341. Предположивъ сіи понятія, можно узнать разность равенства между двумя точками В и А (*фиг. 180*), находящимися въ различныхъ горизонтахъ, такъ: возьми инструментъ, служащій къ измѣренію угловъ, и расположивъ его, какъ было предписано въ примѣрѣ для *фигуры 146*, вымѣрай уголъ BCD и расстояние CD или CI помощію цѣпи, натягиваемой горизонтально къ поверхности земной AVB съ нѣсколькихъ приемовъ. Тогда въ треугольникъ CDV , принявъ его за прямоугольной въ D , сыщи VD , къ которой приложи высоту CA инструмента, и разность DI , опредѣленную по сказанному (*338 и 339*).

Но какъ сей способъ требуетъ великой точности при измѣреніи угла BCD и слѣд. исправнаго инструмента; то мы избѣгая сей трудности, покажемъ для достиженія той же цѣли другой способъ, который состоитъ въ слѣдующемъ.

Объ Уровнѣ и его употребленіи.

342. CABD (*Фиг. 181*) представляетъ инструментъ, употребляемый при нивелировании, и называется *уровнѣмъ*.

Онъ состоитъ въ пустой трубкѣ жестяной или другаго какого нибудь металла

перетнутой въ А и В. Въ верхнія части АС, ВD вставляются двѣ стеклянныя трубки. По серединѣ АВ дѣлается снизу дыра, дабы посредствомъ ея ставить инструментъ сей на подставку, и поворачивать его вовсѣ стороны. Пустота всего кацала наполняется водою, пока она подымется на два или три дюйма въ высоту стеклянныхъ трубокъ. Линія CD, съ которою стоитъ ровно поверхность воды въ обѣихъ трубкахъ ІА, КВ, называется горизонтальною линіею.

При семъ инструментѣ надлежитъ имѣть еще другое орудіе, называемое *въхою*. Сія въха будучи около 12 футовъ длиною, раздѣляется на футы, дюймы и линіи; и дабы посредствомъ сихъ раздѣленій можно было представлять точное возвышеніе линіи зрѣнія надъ настоящимъ горизонтомъ, то для сего употребляется четверугольная доска или жестяной листъ (фиг. 182) около фута въ квадратъ, раздѣленная на двѣ равныя части горизонтальною линіею MN, которая называется *линіею цѣли*; нижняя часть доски зачернена, а верхняя оставляется бѣлою. Къ сему четверугольнику прикрѣпляется сзади задвижка перпендикулярно къ MN. Посредствомъ сей задвижки четверугольникъ пробѣгаетъ на шпонѣ по раздѣленіямъ въхи, поднимаясь или

опускаясь, какъ попотребуется нужда для
установленія линѣи цѣли.

343. И такъ чтобы узнать разность,
чѣмъ одна точка выше или ниже другой
посредствомъ сего уровня, надлежитъ по-
ставить его между шѣми двумя точками по
середкѣ въ одинакомъ почти разстояніи, въ
прямой или не прямой линѣи (мало до того
нужды); ставивъ потомъ попеременно въ
каждой точкѣ вѣху вертикально, поднимая
или спуская по раздѣленіямъ ея четверо-
угольникъ до шѣхъ поръ, пока наблюдатель
изъ станціи уровня приметъ, что линѣя
MN будетъ сходствовать съ продолженіемъ
линѣи CD; тогда разность высоты линѣи
цѣли въ каждомъ положеніи покажетъ то,
чѣмъ одно мѣсто выше или ниже другого.

Пусть будетъ, что линѣя цѣли MN
при одной точкѣ поднималась на $4^{\circ} 8^4$, а при
другой на $3^{\circ} 9^4$; изъ сего слѣдуетъ заклю-
чить, что первое мѣсто въ разсужденіи
послѣдняго выше на 44 дюймовъ.

Такимъ же образомъ поступать должно
и для всѣхъ прочихъ точекъ, находящихся
почти въ одинакомъ разстояніи отъ станціи,
откуда ежели можно будетъ ихъ видѣть,
и когда разность ихъ горизонтовъ въ рассу-

жденіи CD не будетъ превышать вѣхъ раз-
дѣленій вѣхи ОР.

344. Но когда прочіе предметы будутъ
слишкомъ удалены, или разность горизон-
товъ ихъ будетъ весьма велика; въ такомъ
случаѣ выбери другую станцію, и сравни
изъ нее какую нибудь изъ нивелированныхъ
почекъ съ тѣми другими, поворачивая уро-
вень въ одномъ мѣстѣ столько, сколько поз-
волишь разстояніе между тѣми предметами,
которое должно быть одинаково, или почти
одинаково.

345. Если же не можно брать станцій
въ равномъ или почти-что равномъ раз-
стояніи между точками, кои желаешь ни-
велировать; въ такомъ случаѣ разность
возвышенія двухъ какихъ нибудь почекъ не
будетъ изображаться высотами линіи цѣли
при каждой почкѣ; потому что разность
истиннаго горизонта отъ мнимаго показыва-
ютъ однѣ только равныя разстоянія; того
ради надлежитъ изъ наблюденной высоты
для каждой точки вычесть *поправку урав-*
ненія, то есть, разность между истиннымъ
и мнимымъ горизонтомъ.

На примѣрѣ, когда бы вѣха поставлена
будучи на 1500 футовъ разстояніемъ, пока-

зала высоту линѣи цѣли $4^{\text{ф}} 8^{\text{а}}$, то вмѣсто $4^{\text{ф}} 8^{\text{а}}$, по опяишѣ 8 ми линѣй поправки равенства, найденной по объявленному (338 и 339), надлежитъ щиташъ только $4^{\text{ф}} 7^{\text{а}} 4^{\text{а}}$.

346. Дабы изъ сказаннаго вывести примѣръ, то положимъ, что пребуется *снять и начертить профиль съ крѣпости АГНІОР* (фиг. 183).

Представъ себѣ во первыхъ, что крѣпость разсѣчена вертикально плоскостію $AA'P'R'$, въ которой вообрази произвольную высоту AA' и горизонтальную линѣю $A'P'$.

Изъ всѣхъ угловъ A, B, C, D, E и проч. вообрази перпендикуляры AA', BB', CC', DD', EE' и проч. и вымѣрай непосредственно горизонтальныя разстоянія между сими перпендикулярами.

Чтожъ касается до вертикальныхъ разстояній, то поставивъ уровень на поверхности BC валганка, а вѣху попеременно на каждомъ углѣ A, B, C, D, E ; опредѣли высоты Aa, Bb, Cc, Dd, Ee ; потомъ опяишъ первую изъ высоты AA' произвольно взяшой линѣи $A'P'$, а прочія приложивъ къ остатку Aa , получишь вертикальныя $B'P', C'P'$ и проч. до угла E .

По томъ поставивъ уровень на брусниверъ, а вѣху попеременно въ точкахъ E, F, G , найди разности равенства Ee, Ff, Gg . Вычти первую изъ EE' , а прочія приложи къ остатку, чѣмъ опредѣлишь вертикальныя линѣи FF', GG' .

Равнымъ образомъ поступай съ частію $KLMNOP$, поставивъ уровень на гласисѣ.

Что принадлежитъ до части $ГНІК$, то, какъ по причинѣ весьма низкаго положенія почекъ $Н$ и $І$ не можно дѣйствовать вѣхою, опредѣли глубину сихъ почекъ простымъ и самымъ обыкновеннымъ способомъ, именно, опустивъ внизъ какую нибудь тяжесть на веревкѣ, привязанной къ длинной палкѣ или шесту, положенному въ G и K горизонтально,

такъ чтобъ тяжеснѣ упала перпендикулярно къ подошвѣ Н эскарпа и I конпрескарпа, смѣрай длину веревки въ обоихъ случаяхъ. Первую длину веревки сложивъ съ GG' , а вторую съ KK' , получишь NN' и II' .

По измѣреніи всѣхъ какъ горизонтальныхъ, такъ и вертикальныхъ разстояній начертишь профиль такимъ образомъ: проводи на бумагѣ линію представляющую $A'R'$; положи на сей линію рядомъ числа часней масштаба, равныя числамъ найденныхъ мѣръ въ горизонтальныхъ разстояніяхъ; поставь при концѣ каждого разстоянія перпендикуляръ, равный по масштабу сысканнымъ мѣрамъ въ сходственномъ вертикальномъ разстояніи.

Наконецъ соединивъ концы сихъ вертикальныхъ линій, получишь профиль требуемой крепости.

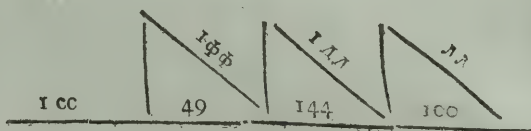
347. Если случится какая неудобность при измѣреніи горизонтальныхъ разстояній, какъ то быть можетъ на пр. во внутреннемъ склѣ АВ; въ такомъ случаѣ смѣривъ отлогость его, въ прямоугольномъ треугольникѣ AQB по известнымъ АВ и QB , которая опредѣлилась нивелировкой, сыщется AQ (166).

Таблица разныхъ мѣръ , находящихся въ сей книгѣ.

Мѣры для поверхностей.

Знаки.

Квадратная сажень	сс
Квадратной футъ	фф
Квадратной дюймъ	лл
Квадратная линейя	лл
Квадратной скрупуль или точка	шц



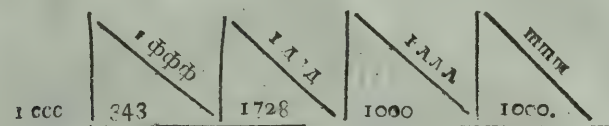
Квадратной тоазъ	ТТ
Футъ квадратнаго тоаза или тоазъ - футъ	Тф
Дюймъ ————— тоазъ дюймъ	Тд
Линейя ————— тоазъ-линейя	Тл
Скрупуль или точка ————— тоазъ-скрупуль	Тс
Первая ————— тоазъ - первая	Т'

Т'				
1 Тс				12
1 Тл			12	144
1 Тд	12	144	1728	
1 Тф	12	44	17.8	2 736
1 ТТ	72	864	103.8	124416

Содержаніе квадратной сажени къ квадратно-
му тоазу = 1225 : 1024.

Мѣры для толщины тѣлѣ.

	Знаки.
Кубическая сажень	ссс.
—ой фушѣ	ффф
—ой дюймѣ	ддд
—ая линѣя	ллл
—ой скрупулѣ или почка	шшшш



Кубической шоазѣ	ТТТ
Фушѣ кубическаго шоаза	ТТф
Дюймѣ	ТТд
Линѣя	ТТл
Скрупулѣ или почка кубическаго шоаза	ТТс
Церваѣ кубическаго шоаза	ТТ'

	ТТ'			
	ТТс			
	ТТл			
	ТТд			
	ТТф			
ТТТ	6	72	864	10368
ТТф	12	144	1728	20736
ТТд	12	144	1728	20736
ТТл	12	144	1728	20736
ТТс	12	144	1728	20736
ТТ'	12	144	1728	20736

Содержаніе кубической сажени къ кубическому шоазу = 42875 : 32708.

Окружность круга.

	Знаки.
Окружность	окр.
Градусъ	°
Минута	'
Секунда	"
Терція	'''

терціи			
1 секунда		60	
1 минута		60	3600
1 градусъ	60	3600	216000
окр.	360	21600	1296000
			77760000

Содержаніе поперешника } по Архимеду = 7:22
 къ окружности } по Медію = 113:355.
 Тожъ содержаніе близу
 10000000 часпи = 1:3,14159265.

Величина { 1° 0,01745329 } когда радиусъ кру-
 дуги { 1' 0,00029089 } га будетъ 1.
 { 1" 0,00000485 }

Логариемъ содержанія
 окружности къ поперешнику 0,4971499.

Конецъ второй Части.





Т А Б Л И Ц А

Начальныхъ Правилъ.

Линія есть пропѣженіе въ одну только длину. 1.

Поверхность есть пропѣженіе въ длину и ширину только. *Тамъ же.*

Тѣло есть пространство въ длину, ширину и глубину или высоту. *Тамъ же.*

Точка не имѣетъ никакого пространства, и есть ничто другое, какъ конецъ или граница пропѣженія. 2.

Прямая линія есть кратчайшій путь отъ одной точки къ другой. *Тамъ же.*

Кривая линія есть слѣдъ точки, которая при каждомъ своемъ движеніи уклоняется без-

конечно мало въ ту или другую сторону. *Тамъ же.*

Мѣрою линіи служитъ прямая линія. 4.

Плоская поверхность есть та, къ которой прямая линія всѣми своими частями и всячески приложена быть можетъ. 5.

Кругъ есть плоская поверхность, ограниченная кривою линіею, называемою *окружностью*, коей всѣ точки равно отстоятъ отъ точки плоскости, называемою *центръ*. 6.

Всякая часть окружности называется *дугою круга*. *Тамъ же.*

Полупересѣніи или **радіусъ** есть разстоя-

нѣ центра отъ окру-
жности. *Таж же.*

Хорда есть прямая ли-
нѣя, которая прово-
дишя отъ одной точ-
ки окружности къ
другой; она называе-
тся поперешникомъ или
дѣаметромъ, когда
проходишъ черезъ
центръ. *Таж же.*

Равныя хорды одного
круга или равныхъ
круговъ противопола-
гающяся равнымъ ду-
гамъ, и обратно 7.

Уголъ есть отворстїе
между двумя линѣя-
ми, соединенными въ
одной точкѣ, называе-
мой *верхъ*. 9.

Уголъ имѣетъ мѣроу
дугу, которая заклю-
чается между его бо-
ками, и описывается
изъ верху его, какъ
изъ центра. 12.

Уголъ прямой имѣетъ
мѣроу четверть окру-
жности. 16.

Тупой уголъ есть боль-
ше прямого угла, а
острой меньше пря-
мого. *Таж же.*

Два смежныя угла, на
прямой линѣ лежащїе,

равны вмѣстѣ двумъ
прямымъ угламъ. 17.

Всѣ прямолинейныя уг-
лы, имѣющїе верхомъ
общую точку, и на-
черченные въ одной
плоскости, равняю-
тся вмѣстѣ чешыремъ
прямымъ угламъ. 18.

Дополненїе угла ко 180°
есть разность его съ
двумя прямыми угла-
ми; а дополненїе уг-
ла къ 90° есть раз-
ность, которая нахо-
дится между имъ и
прямымъ угломъ. 19
и 21.

Дополненїя ко 180° или
къ 90° одного угла
или равныхъ угловъ,
суть равны. *Таж же.*

Углы при верху проти-
воположенные, равны
между собою. 26.

Линѣя бываетъ перпен-
дикулярна одна къ
другой тогда, когда
первая стоишъ на сей
послѣдней, не наклон-
наясь ни на какую
сторону; когда же на-
клоняется на какую
нибудь сторону, то
называется косою. 23
и 28.

Изъ одной почки, взятой на линѣ или внѣ линѣ, не можно провесити въ одной и той же плоскости, кромѣ одного перпендикуляра къ той линѣ. 25 и 26.

Если изъ одной почки проведутся нѣсколько прямыхъ линій на линію прямуюжѣ, то изъ всѣхъ короче будетъ перпендикулярная; косыя чѣмъ больше удаляются отъ перпендикуляра, тѣмъ становятся длиннѣе; косыя равно отстоящія отъ перпендикуляра суть равны, и обратно. 27.

Каждая точка перпендикуляра, поставленная изъ середины прямой линіи, равно отстоитъ отъ концовъ той линіи; но всякая точка, находящаяся внѣ сего перпендикуляра, различное имѣетъ разстояніе отъ тѣхъ концовъ 29 и 30.

Двѣ прямыя линіи называются параллельными, когда онѣ вездѣ имѣютъ одинакое

между собою разстояніе. 36.

Въ двухъ параллельныхъ линіяхъ пересѣченныхъ прѣмью поперечною, углы наружные съ внутренними при одной споронѣ равны; углы внутренніе алтерніи и наружные алтерніи равны; углы внутренніе при одной споронѣ, взятыя вмѣстѣ, составляютъ два прямые; тоже самое дѣлаютъ и наружные при одной споронѣ. 37 и слѣд.

Два угла, обращенные къ одной споронѣ, и имѣющіе бока свои параллельными, равны. 43.

Прямая линія пересѣкаетъ окружность не болѣе, какъ въ двухъ точкахъ. 47.

Въ одномъ полкругѣ самыя большія хорды противопологаются самымъ большимъ дугамъ, и обратно. *Тамъ же.*

Секантъ есть такая линія, которая частію выходитъ изъ круга, и частію находится

въ немѣ. Тангенсъ есть линія, которая прикасается только къ окружности. *Тамъ же.*

Тангенсъ касается окружности въ одной только точкѣ. 48.

Радиусъ, проведенный изъ центра къ прикосновенію, бываетъ перпендикуляренъ къ тангенсу, и обратно. *Тамъ же.*

Точка прикосновенія двухъ окружностей находится на прямой линіи, соединяющей ихъ центры. 50.

Центръ круга, середина хорды и середина ея дуги находятся въ одной прямой линіи, перпендикулярной къ той хордѣ; такъ что прямая перпендикулярная линія къ хордѣ, проходящая чрезъ одну какую нибудь изъ тѣхъ точку, пройдетъ также и чрезъ двѣ прочія, и обратно. 52 и слѣд.

Двѣ параллельныя хорды заключающъ между собою равныя дуги. 60.

Уголъ, котораго верхъ находится при окружности, а бока состоятъ изъ двухъ хордъ, или изъ тангенса и хорды, имѣетъ мѣрою половину той дуги, которая заключается между его боками. 63.

Углы при окружности, содержащіе между боками своими равныя дуги, или стоящіе на одной дугѣ, равны между собою. 64.

Уголъ при окружности бываетъ прямой, когда бока его стоятъ на концахъ поперешника. 65.

Уголъ при окружности, коего бока состоятъ изъ одной хорды и продолженія другой, имѣетъ мѣрою половину двухъ дугъ, противоположенныхъ тѣмъ хордамъ. 69.

Уголъ, коего верхъ находится между центромъ и окружностію, имѣетъ мѣрою половину двухъ дугъ, которыя заключающъ между боками его и продолженіями ихъ. 70.

Уголъ, котораго верхъ находится въ кругу, измѣряется половиною разности двухъ дугъ, которыя заключающаюся между его боками. 71.

Прямолинейной треугольникъ есть пространство, ограниченное тремя прямыми линиями. 73.

Во всякомъ треугольникѣ два какіе нибудь бока, вмѣстѣ взятые, больше остальнаго третьяго.

Тамъ же.

Треугольникъ называется равносторонной, когда всѣ бока его бываютъ равны; равнобедренной, когда два бока только равны; разносторонной, когда всѣ бока его не равны. *Тамъ же.*

Треугольникъ, у котораго одинъ уголъ прямой, называется *прямоугольной*; тотъ, у котораго одинъ уголъ тупой, *тупоугольной*; а тотъ, у коего всѣ три угла острые, именуется *остроугольной*. 75.

Сумма трехъ угловъ всякаго прямолинейнаго треугольника равна двумъ прямымъ угламъ. 74.

Въ равностороннемъ треугольникѣ всѣ углы равны. 76.

Въ равнобедренномъ треугольникѣ углы, лежащіе при равныхъ бокахъ, равны. 77.

Въ всякомъ треугольникѣ углы, лежащіе при равныхъ бокахъ, равны, и обратно. 77.

Въ одномъ и томъ же треугольникѣ самая большая сторона лежитъ противъ наибольшаго угла, самая меньшая — противъ наименьшаго угла, и обратно. 78.

Два треугольника называются совершенно равными, т. е. когда они имѣютъ по одному равному углу, заключающемуся между двумя равными боками — порознь. 80.

2 е. Когда они имѣютъ по одному равному боку, лежащему при двухъ равныхъ углахъ — порознь. 81.

3 е. Когда они имѣютъ по три бока равныхъ — порознь. 83.

Т

Часть II.

Если двѣ параллельныя линіи пересѣкутся двумя параллельнымижъ; то онѣ будутъ равны между собою, и обратно. 82.

Многоугольникъ есть фигура, состоящая изъ многихъ боковъ. 84.

Диагональ въ многоугольникѣ называется всякая линія, которая проводится отъ какого нибудь угла его къ другому. 82.

Сумма всѣхъ угловъ каждаго многоугольника равняется такому числу прямыхъ угловъ, сколько находится боковъ въ многоугольникѣ безъ двухъ; наружные же углы его равны чепыремъ прямымъ. 86 и 87.

Многоугольникъ бываетъ правильной, когда всѣ бока его и углы равны. 83.

Около всякаго правильного многоугольника можно описать окружность круга. 89.

Бокъ правильного шестигугольника равенъ радиусу описаннаго около его круга. 92.

Апотемой правильнаго многоугольника называется перпендикуляръ, проведенный изъ центра къ какому нибудь боку его; всѣ аполемы правильнаго многоугольника равны. 91.

Во всякой Геометрической пропорціи сумма предыдущихъ членовъ содержится къ суммѣ послѣдующихъ такъ, какъ разность предыдущихъ къ разности послѣдующихъ. 96.

Сумма двухъ первыхъ членовъ Геометрической пропорціи содержится къ суммѣ двухъ послѣднихъ такъ, какъ разность двухъ первыхъ къ разности двухъ послѣднихъ. 98.

Прямая линія, проведенная въ треугольникѣ параллельно съ какимъ нибудь бокомъ его, пересѣкаетъ остальные два бока на части пропорціональныя, и обратно. 102.

Если проведенъ нѣсколько прямыхъ линій изъ одной точки, и когда прямая

пересѣкутся двумя параллельными линіями, то шѣ прямыя пересѣкутся параллельными пропорціонально. 103.

Прямая линія, раздѣляющая въ треугольникѣ уголъ пополамъ, дѣлитъ противоположенной бокъ тому углу на двѣ части пропорціонально прочимъ двумъ бокамъ. 104.

Два треугольника бываютъ подобны: 1 е. когда у нихъ всѣ углы будутъ порознь равны между собою. 109.

И слѣдовательно когда два угла одного будутъ равны порознь двумъ угламъ другого. 110.

Когда бока одного параллельны или перпендикулярны бокамъ другого. 111.

2 е. Когда они имѣютъ по углу равному, заключающемуся между двумя пропорціональными боками. 113.

3 е. Когда три бока одного пропорціональны

тремъ бокамъ другого 114.

Перпендикуляръ, опущенный въ прямоугольномъ треугольникѣ изъ прямого угла на гипотенузу, раздѣляетъ шѣ треугольникъ на два другіе ему подобныя, и слѣдовательно подобныя между собою. 112.

Перпендикуляръ, проведенный изъ прямого угла на гипотенузу, есть средняя пропорціональная линія между двумя ошрѣзками гипотенузы. *Тамъ же.*

Каждой бокъ прямого угла есть средняя пропорціональная линія между гипотенузою и сходственнымъ ошрѣзкомъ. *Тамъ же.*

Когда чрезъ одну точку проведемъся нѣсколько прямыхъ линій, пересѣкающихъ двѣ параллельныя линіи, то части одной изъ шѣхъ параллельныхъ будутъ пропорціональны сходственнымъ частямъ другой. 115.

Двѣ хорды, пересѣкающіяся въ кругѣ, имѣютъ части свои взаимно или обратно пропорціональныя. 120.

Перпендикуляръ, проведенный изъ какой нибудь точки окружности на поперешникъ, бываетъ всегда среднею пропорціональною линіею между опрѣзками поперешника. 121.

Два секанса, проведенные изъ одной точки, взятой внѣ круга, бываютъ взаимно пропорціональны къ наружнымъ частямъ своимъ. 123.

Если изъ одной точки, взятой внѣ круга, проведутся тангенсъ и секансъ, то тангенсъ будетъ средняю пропорціональною линіею между цѣлымъ секансомъ и наружною частию его. 124.

Прямая линія раздѣляется по наружной посредственной пропорціи, когда пересѣкается на двѣ такія части, изъ которыхъ одна бываетъ среднею пропорціональною меж-

ду всею линіею и другою частию. 125.

Если въ двухъ подобныхъ многоугольникахъ изъ двухъ сходственныхъ угловъ проведутся діагонали къ прочимъ угламъ, то оба тѣ многоугольники раздѣлятся на одно число подобныхъ треугольниковъ, и обратно. 127 и 128.

Окруженія подобныхъ фигуръ содержатся между собою, какъ сходственные ихъ бока. 129.

Какъ круги суть фигуры подобныя, то окружности ихъ содержатся между собою, какъ полупоерешники или поперешники ихъ. 131.

Параллелограммъ есть чешвероугольникъ, котораго противоположенные бока параллельны. 133.

Онъ называется *ромбомъ*, когда смѣжные углы его не бываютъ равны, и когда ни одного угла не имѣетъ прямого. *Тамъ же*.

Ромбоидъ, когда онъ имѣетъ всѣ четыре бока равные, но ни одного прямого угла. *Тамъ же.*

Прямоугольникъ, когда у него всѣ углы бываютъ прямые, но смѣжные бока не равны. *Тамъ же.*

Квадратъ, когда всѣ бока его равны и углы прямые. *Тамъ же.*

Трапеція есть четвероугольникъ, котораго двѣ какія нибудь противоположенныя стороны параллельны. *Тамъ же.*

Прямолинейной трапецией называется трапеція, имѣющая параллелограммъ, имѣющаго съ нею одно основаніе и одну высоту. 134.

Параллелограммы одного основанія и одной высоты равны въ площадяхъ. 135.

То же и треугольники. 136.

Площадь параллелограмма состоитъ изъ произведенія основанія его на высоту. 139.

Площадь треугольника равна половинѣ произ-

веденія основанія его на высоту. 141.

Площадь трапеціи равна произведенію высоты ея на линію, проведенную параллельно къ двумъ основаніямъ ея, и въ равномъ отъ нихъ разстояніи. 142.

Площадь правильного многоугольника равна половинному произведенію окруженія его на апоthemу. 144.

Площадь круга равна произведенію окружности его на половину радіуса. 145.

Круговой секторъ или вырѣзокъ есть часть круга, заключающаяся между дугою и двумя радіусами; сегментъ или отрѣзокъ круга есть площадь, содержащаяся между дугою и хордою ея. 147.

Измѣреніе поверхностей саженьми есть способъ находить величину площади, коей протяженія опредѣлены саженьми и частями сажени. 151.

Площади параллелограммовъ и треугольниковъ

ковъ содержатся между собою, какъ произведенія основаній ихъ на высоты. 156 и 158.

Параллелограммы одного основанія содержатся между собою, какъ ихъ высоты; а тѣ, у которыхъ будетъ одинакая высота, содержатся какъ ихъ основанія. *Тамъ же.*

Тоже и треугольники *Тамъ же.*

Квадратъ радіуса къ площади круга содержится, какъ діаметръ къ окружности. 157.

Площади подобныхъ параллелограммовъ и треугольниковъ содержатся между собою, какъ квадраты сходственныхъ боковъ ихъ. 159 и 160.

Свойство сіе относится до всѣхъ подобныхъ фигуръ. 161.

Какъ круги суть фигуры подобныя, то площади ихъ содержатся между собою, какъ квадраты полуоперешниковъ ихъ или діалыхъ оперешниковъ. 162.

Во всякомъ прямоугольномъ треугольникѣ квадратъ гипотенузы равенъ суммѣ квадратовъ, сдѣланныхъ на катетахъ его. 164.

Квадратъ гипотенузы содержится къ каждому квадрату катетовъ, какъ гипотенуза къ сходственному отрезку. 171.

Если изъ разныхъ точекъ окружности хорды проводятся хорды къ концу перпендикуляра, а перпендикуляры къ самому перпендикуляру; то квадраты хордъ будутъ пропорціональны частямъ перпендикуляра, заключеннымъ между перпендикулярами и концомъ діаметра, гдѣ хорды сходятся. 173.

Прямая линія не можетъ быть частию въ плоскости, а частию выше или ниже ея. 175.

Двѣ прямыя пересѣкающіяся линіи находящаяся въ одной плоскости. 177.

Сѣченіе двухъ плоскостей есть прямая линія. 178.

Чрезъ одну и ту же прямую линію могутъ пройти безчисленное множество разныхъ плоскостей. *Тамъ же.*

Линія бываетъ къ плоскости перпендикулярна, когда она еіюитъ на той плоскости не наклоняясь ни на какую ея сторону. 179.

Линія бываетъ также перпендикулярна къ плоскости, когда еіюитъ въ точку перпендикулярно къ двумъ какимъ нибудь линіямъ, проведеннымъ отъ той точки на плоскости. 180.

Если изъ одной точки, взятой въ плоскости, проведутъ перпендикуляръ и косая линія къ той плоскости, и когда по соединеніи концовъ ихъ прямою линіею поставится въ плоскости у конца косой перпендикуляръ къ соединяющей линіи, то сей перпендикуляръ будетъ также перпендикуляромъ къ косой линіи. 183.

Одна плоскость бываетъ перпендикулярна къ другой, когда первая проходитъ по прямой линіи, перпендикулярной къ той другой. 186.

Если въ двухъ плоскостяхъ, перпендикулярныхъ между собою, проведется изъ какой нибудь точки одной плоскости перпендикулярная линія къ общему ихъ сѣченію, то сія линія будетъ также перпендикулярна и къ другой плоскости, и обратно. 187 и 188.

Двѣ перпендикулярныя линіи къ одной плоскости, параллельны между собою. 188.

Двѣ прямыя параллельныя къ трети, параллельны между собою. 189.

Общее сѣченіе двухъ плоскостей, перпендикулярныхъ къ трети, есть перпендикулярно также и къ той трети плоскости. 190.

Плоской уголъ есть опрестіе двухъ взаимно

пересекающихся плоскостей. 191.

Мѣра плоскаго угла есть одинакова съ тою, какая служитъ для прямолинейнаго угла, состоящаго изъ двухъ прямыхъ линій, проведенныхъ въ тѣхъ плоскостяхъ перпендикулярно къ общему ихъ сѣченію. 192.

Двѣ плоскости параллельны между собою, когда онѣ вездѣ равно отстоятъ одна отъ другой. 196.

Если двѣ параллельныя плоскости пересекутся третьей, то ихъ сѣченія будутъ параллельны. 197.

Плоскіе углы, происходящіе отъ плоскостей взаимно, пересекающихся или сходящихся, имѣютъ тѣ же свойства, какъ прямолинейные. 193. и 198.

Если изъ точки, взятой внѣ плоскости, проведенъ нѣсколько линій къ той плоскости, то линіи сіи пересекутся пропорціонально другою плоскостію, параллельною

къ первой, и по соединеніи точекъ сѣченія въ каждой плоскости составятъ подобныя фигуры. 199.

Сіи подобныя фигуры содержатся между собою, какъ квадраты сходственныхъ расстояній между точкою и плоскостями. 202.

Призма есть тѣло, которое происходитъ изъ того, когда плоскость двинется параллельно сама къ себѣ вдоль по прямой линіи. 204.

Призма бываетъ прямая или косая судя по тому, какъ бока ея будутъ къ произведшей ея плоскости, перпендикулярны или наклонены. 204.

Параллелипипедъ есть призма, которой основаниемъ служитъ параллелограммъ; онъ называется *прямоугольнымъ*, когда стоитъ перпендикулярно на основаніи прямоугльника. *Тамъ же.*

Кубъ есть параллелипипедъ, имѣющій осно-

ваніемъ квадратъ ; Конусъ есть пирамида , а высоту бокъ равный тому квадрату .
Тамъ же.

Цилиндръ есть призма , имѣющая въ основаніи кругъ ; *осью* цилиндра называется прямая линія , которая соединяетъ центры двухъ противоположенныхъ основаній или круговъ . 205.

Пирамида есть тѣло , ограниченное многоугольникомъ , которой служишь ей основаніемъ , и столькоими треугольными поверхностями , сколько находится боковъ въ основаніи ; всѣ треугольники соединяющія въ одной точкѣ , которая называется *верхомъ* пирамиды . 206.

Пирамида бываетъ правильная , когда имѣетъ основаніемъ правильной многоугольникъ , а высоту перпендикуляръ , упадающій изъ верху пирамиды въ центръ многоугольника . *Тамъ же.*

имѣющая въ основаніи кругъ ; онъ бываетъ прямой или косой глѣдя по тому , какъ прямая линія , проведенная изъ верху къ центру основанія , бываетъ перпендикулярна или наклонена . 207.

Шаръ есть тѣло , рождающееся отъ обращенія полукруга около своего поперешника . 208.

Большимъ кругомъ шара называется тотъ , которой имѣетъ одинакой поперешникъ съ шаромъ .
Тамъ же.

Секторъ или вырѣзокъ шара есть тѣло , которое происходитъ отъ обращенія половины круговаго вырѣзка около радіуса ; а выпуклостой кругъ есть та поверхность , которую производитъ обращеніемъ дуга круговаго сектора . *Тамъ же.*

Сегментъ или отрѣзокъ шара есть тѣло , происходящее отъ обращенія половины кругова-

го сегмента около своей сѣрки. Тамъ же.

Подобными тѣлами называющіяся тѣ, которыя ограничивающіяся одинакимъ числомъ подобныхъ сторонъ и одинаково расположенныхъ. 209.

Бока и верхи сходственныхъ толстыхъ угловъ суть линѣи и шочки одинаково расположенныя въ двухъ подобныхъ тѣлахъ. 210.

Треугольники, копорыхъ боками соединяются въ двухъ подобныхъ тѣлахъ верхи толстыхъ сходственныхъ угловъ, суть подобны и одинаково расположены. 211.

Діагонали, копорыя соединяютъ сходственные толстые углы въ двухъ подобныхъ тѣлахъ, содержатся между собою, какъ сходственные бока тѣхъ тѣлъ. 212.

Перпендикуляры, опущенные изъ верховъ толстыхъ сходственныхъ угловъ въ двухъ подобныхъ тѣлахъ, пропорціональны про-

чимъ сходственнымъ бокамъ. 214.

Наружная поверхность призмы равна произведенію бока ея на окруженіе сѣченія, перпендикулярнаго къ тому боку. 216.

Когда призма будетъ прямая, то наружная поверхность ея равна произведенію окруженія основанія ея на высоту. 217.

Наружная поверхность прямого цилиндра равна произведенію окружности основанія его на высоту. 218.

Наружная поверхность правильной пирамиды равна окруженію основанія ея, помноженному на половину апофемы той пирамиды. 219.

Наружная поверхность прямого конуса равна произведенію окружности основанія его на половину наклоненнаго бока. 220.

Поверхность усѣченнаго прямого конуса равна произведенію наклоненнаго бока на окружность сѣченія, здѣланнаго въ равномъ раз-

стоянті отъ противоположенныхъ и паралельныхъ его основаній 222.

Поверхность шара равна окружности самаго большаго круга, помноженной на діаметръ. 223.

Она равняется наружной поверхности цилиндра, около его описаннаго. 224.

Она также равняется учетверенной площади самаго большаго круга. 225.

Поверхность выпуклншаго круга въ шарѣ равна произведенію стрѣлки его на окружность самаго большаго круга шара. 226.

Наружныя поверхности прямыхъ призмъ содержатся между собою, какъ произведенія высотъ ихъ на окруженія основаній. 228.

Поверхности прямыхъ призмъ одинакой высоты содержатся между собою, какъ окруженія основаній ихъ; онѣ содержатся также какъ высоты, есѣли

окруженія будутъ равны, 229.

Поверхности прямыхъ конусовъ содержатся между собою, какъ произведенія боковъ ихъ на окружности основаній, или на радіусы, или на діаметры шѣхъ основаній. 230.

Поверхности подобныхъ шѣлъ содержатся между собою, какъ квадраты сходственныхъ боковъ ихъ. 231.

Поверхности двухъ шаровъ содержатся между собою, какъ квадраты полупоперениковъ или цѣлыхъ поперешниковъ ихъ. 232.

Двѣ призмы одного основанія и одной высоты равны въ толщинѣ. 234.

Толщина всякой призмы равна произведенію основанія ея на высоту. 236.

Толщина пирамиды или конуса равна трети произведенія основанія ея на высоту. 242.

Толщина шара равняется двумъ третямъ тол-

щины цилиндра, около его описаннаго. 245.

Толщина сектора шара равна произведенію площади выпуклистаго круга на шрешь радіуса. 247.

Толщина сферическаго сегмента равна толщинѣ такоаго цилиндра, которой имѣетъ радіусомъ сферѣлку, а высокою полупоперешникъ шара безъ шреши сферѣлки. 248.

Усѣченную призмоу называется такое шѣло, которое остается по отсѣченіи часни въ призмѣ наклоненною къ основанію ея плоскостію. 250.

Когда изъ трехъ угловъ какаго нибудь основанія усѣченной треугольной призмы опускаются перпендикуляры на другое основаніе, то толщина ея будетъ равна произведенію послѣдняго сего основанія на шрешь суммы трехъ перпендикуляровъ. 252.

Измѣреніе тѣлъ саженя ми есть способъ находить толщину

шѣла, коего протяженія вымѣрены саженями и часціями саженя. 259.

Призмы содержащіяся между собою, какъ произведенія основаній ихъ на высокош. 268.

Призмы одинакой или равной высокош содержащіяся между собою, какъ ихъ основанія; шѣже, которыя имѣютъ одинакое основаніе, содержащіяся, какъ ихъ высокош. *Тамъ же.*

Толщины двухъ подобныхъ шѣлъ содержащіяся между собою, какъ кубы сходственныхъ боковъ ихъ. 270.

Толщины двухъ шаровъ содержащіяся между собою, какъ кубы полупоперешниковъ ихъ или діалыхъ поперешниковъ. *Тамъ же.*

Изъ Тригонометріи.

Плоская Тригонометрія учитъ по даннымъ шремъ часіямъ прямолинейнаго треугольника, между которыми должно бытъ по

крайней мѣрѣ одному боку, опредѣлять прочія при его части. 271.

По извѣстнымъ двумъ бокамъ треугольника и углу, прошивоположенному одному изъ шѣхъ боковъ, не можно опредѣлить угла, лежащаго прошивъ другого бока до шѣхъ поръ, пока не узнаешь, какой именно долженъ быть шой уголъ, острой или тупой.

Тамъ же.

Прямой синусъ или просто синусъ дуги или угла есть половина хорды дуги вдвое больше шой; которая измѣряетъ уголъ. 274.

Косинусъ дуги или угла есть синусъ дополненія шой дуги или шого угла. *Тамъ же.*

Синусъ обращенной дуги есть разность между радиусомъ и косинусомъ шой дуги. *Тамъ же.*

Синусъ и косинусъ какого нибудь угла остаются шѣже для дополненія его ко 180° . 273.

Синусъ 90° равенъ полуперешнику; его на-

зываютъ также для ошличія *цѣлымъ синусомъ*. 278.

Синусъ 30° равенъ половинѣ цѣлаго синуса; а тангенсъ 45° равенъ полуперешнику. 275 и 276.

Тангенсъ и секансъ одного угла оспающа шѣже и для дополненія его ко 180° . 280.

Косинусъ всякой дуги равенъ квадрашному корню разности, кошорая выходитъ по ошнати к квадрату синуса шой дуги изъ квадрата радиуса. 283.

Синусъ половинной дуги равенъ половинѣ квадратнаго корня изъ квадрата синуса цѣлой дуги, сложеннаго съ квадратомъ обращеннаго синуса. 284.

Синусъ двойной дуги равенъ синусу одинакой дуги дважды взятому, помноженному на косинусъ ея и раздѣленному на радиусъ. 285.

Синусъ суммы или разности двухъ дугъ равенъ суммѣ или разности произведеній синуса одной на косинусъ другой, раздѣ-

ленной на полупопе-
решникѣ. 286.

Косинусъ суммы или
разности двухъ дугъ
равенъ разности или
суммѣ произведеній
двухъ синусовъ и
двухъ косинусовъ тѣхъ
дугъ, раздѣленной на
радiусъ. 287.

Сумма синусовъ двухъ
дугъ къ разности ихъ
содержится такъ,
какъ тангенсъ поло-
винной суммы тѣхъ
дугъ къ тангенсу по-
ловинной ихъ разно-
сти. 289.

Во всякомъ прямоуголь-
номъ треугольникѣ.

1 е. Радiусъ, или дѣльный
синусъ содержишься къ
синусу какого ни-
будь изъ острыхъ уг-
ловъ такъ, какъ ги-
попенуза къ боку, ле-
жащему противъ по-
го угла. 299.

2 е. Радiусъ содержишься
къ тангенсу какого
нибудь острого угла
такъ, какъ бокъ, ле-
жащій при томъ уг-
лѣ, къ боку противо-
положенному ему. 300.

Во всякомъ прямолиней-
номъ треугольникѣ си-

нусы угловъ пропорці-
ональны бокамъ, ле-
жащимъ противъ ихъ.

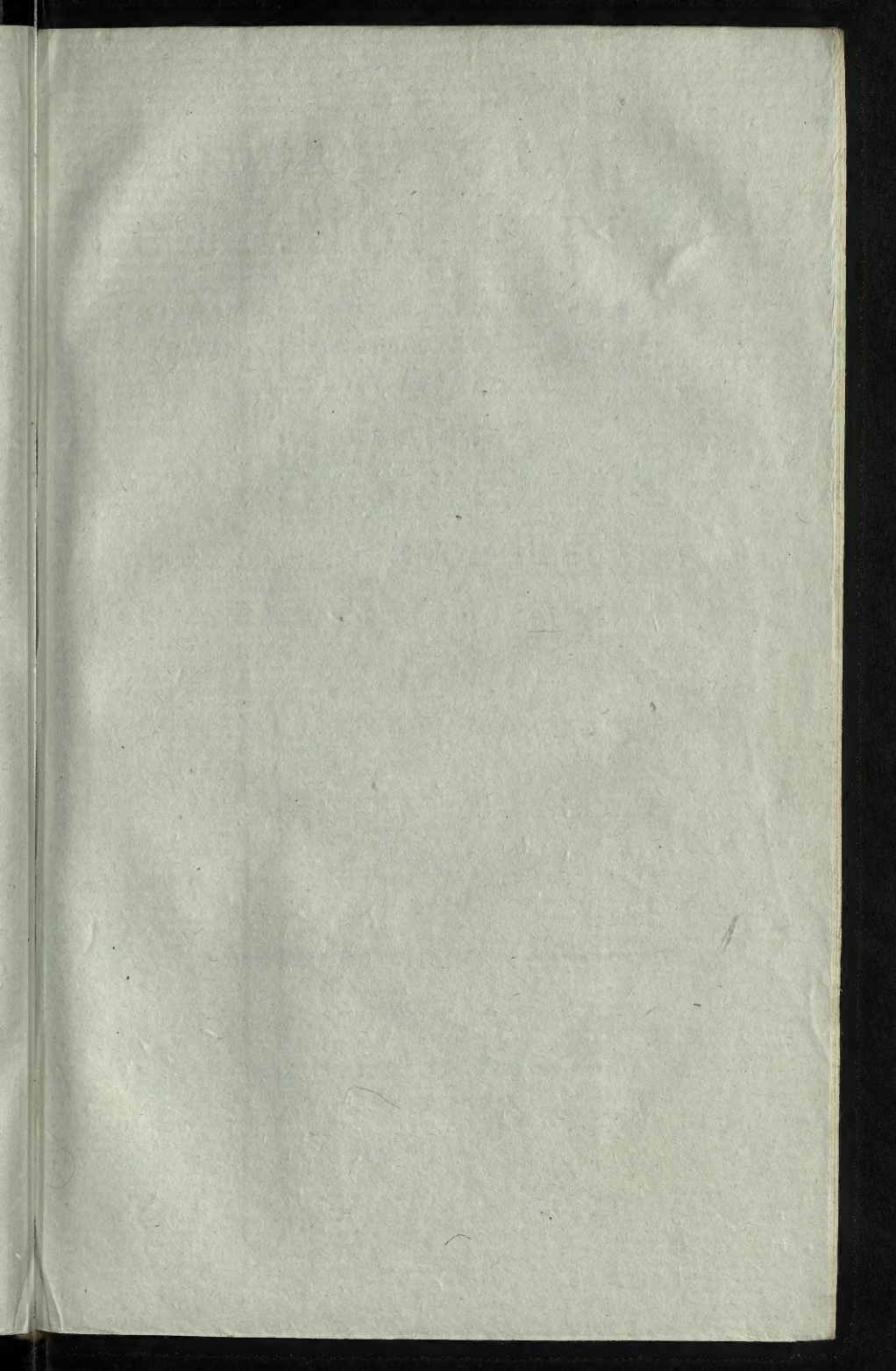
303.

Большое изъ двухъ ко-
личествъ равно поло-
винной ихъ суммѣ съ
половинною разностию;
а меньшее половинной
ихъ суммѣ безъ поло-
винной разности. 305.

Если изъ какого ни-
будь угла всякаго пря-
молинейнаго треуголь-
ника опустится пер-
пендикуляръ на про-
тивоположенной бокъ,
то бокъ сей будетъ
содержаться къ сум-
мѣ двухъ прочихъ
такъ, какъ разность
ихъ къ разности или
суммѣ острѣзковъ, про-
изведенныхъ перпенди-
куляромъ. 306.

Во всякомъ прямолиней-
номъ треугольникѣ
сумма двухъ боковъ со-
держится къ разности
ихъ такъ, какъ тан-
генсъ половинной сум-
мы двухъ угловъ, про-
тивоположенныхъ
тѣмъ бокамъ, къ тан-
генсу половинной ихъ
разности. 309.

Конецъ Таблицы Правилъ.



Inches 1 2 3 4 5 6 7 8
Centimetres 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

Colour Chart #13

Blue

Cyan

Green

Yellow

Red

Magenta

White

3/Color

Black

DANES
PICTA
COM

РОССИЙСКАЯ
ГОСУДАРСТВЕННАЯ
БИБЛИОТЕКА

31262-0

кп-25092